Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Пермский федеральный исследовательский центр Уральского отделения Российской академии наук

На правах рукописи

Ельтищев Владислав Андреевич

Структура потоков и динамика поверхности при МГД течениях в цилиндрических объемах

1.1.9 – Механика жидкости, газа и плазмы

ДИССЕРТАЦИЯ
на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
д. ф.-м. н., проф.
Фрик П. Г.

Пермь – 2025

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 4

ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ 10

1. МГД течения в цилиндрических объемах 10
2. Электровихревые течения (ЭВТ) жидких металлов 17
3. МГД-неустойчивости 21
4. Экспериментальные методы 26

ГЛАВА 1. ИНДУКЦИОННЫЕ МЕТОДЫ В УРОВНЕМЕТРИИ 31

1.1. Введение и постановка задачи 31
1.2. Индукционный датчик уровня (ИДУ) 32
1.3. Измерение уровня электропроводной среды с помощью ИДУ . . . 37
1.4. Измерение нестационарных границ с помощью ИДУ 43
1.5. Определение положения фронта кристаллизации с помощью ИДУ . 47
1.6. Выводы по главе 52

ГЛАВА 2. ЭЛЕКТРОВИХРЕВОЕ ТЕЧЕНИЕ ЖИДКОГО МЕТАЛЛА В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЯЧЕЙКЕ В ОТСУТСТВИИ И ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВНЕШНЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ 54

2.1. Введение и постановка задачи 54
2.2. Экспериментальная установка 56
2.3. Математическая модель 59
2.4. Результаты 61
2.5. Выводы по главе 86

ГЛАВА 3. КРУГОВАЯ ПОВЕРХНОСТНАЯ ВОЛНА 89

3.1. Введение и постановка задачи 89
3.2. Методика эксперимента 91

3.3. Результаты 98
3.4. Форма свободной поверхности вращающейся жидкости 114
3.5. Выводы по главе 128

ЗАКЛЮЧЕНИЕ 130

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ 132

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность и степень разработанности темы исследования. Течения жидких металлов, порождаемые интенсивными электромагнитными полями и большими протекающими электрическими токами, имеют место во многих современных технологических процессах, например, в металлургии и системах охлаждения на основе жидких металлов, а также в многообещающих технологиях, таких как жидкометаллические батареи и термоядерные реакторы. При этом большинство промышленных резервуаров представляют собой цилиндрические емкости, поскольку такая геометрия обеспечивает высокую прочность, способствует более эффективному перемешиванию содержимого и лучшему теплообмену с окружающей средой.

Наличие свободной поверхности вносит дополнительные сложности в изучении физики процессов. Стабильность поверхностей жидких металлов является существенной проблемой крупномасштабных технологических жидкометаллических устройств, таких как алюминиевые электролизеры. Сильные токи, протекающие в электролизерах, генерируют поверхностные волны, которые могут приводить к коротким замыканиям. В последние годы устойчивость поверхности жидких металлов под действием сильного электрического тока стала широко обсуждаемой проблемой в контексте создания жидкометаллических накопителей энергии, которые разрабатываются как перспективный кандидат для хранения электроэнергии в масштабах энергосети. В таких устройствах протекание больших электрических токов (~ 100 кА/м^2) через границу раздела создает сильную поверхностную волну, которая может привести к короткому замыканию. В этих случаях колебание границы жидкого металла является крайне нежелательным процессом.

Цели и задачи диссертационной работы. Целью работы является экспериментальное изучение динамики поверхности и структуры течений жидкого металла, возникающих в цилиндрических объемах со свободной и твердой верхней границей для различных конфигураций токоподвода при наличии и в отсутствие внешнего

магнитного поля. В рамках поставленной цели решаются задачи:

1. о применении индукционных методов для измерения характеристик колебательных процессов свободной поверхности электропроводных сред;

2. об электровихревом течении жидкого металла в цилиндрической ячейке и влиянии внешнего магнитного поля на его структуру;

3. о генерации устойчивой круговой поверхностной волны в неподвижной цилиндрической полости, заполненной жидким металлом.

Научная новизна работы состоит в том, что в ней впервые

1. для задач исследования колебаний границы жидкого металла, а также движения границы раздела твердой и жидкой фазы металла, разработан и применен бесконтактный индукционный датчик, позволяющий проводить измерения при высоких температурах через оптически непрозрачные электропроводящие стенки контейнеров;

2. экспериментально показано, что внешнее вертикальное магнитное поле влияет на развитие электровихревого течения: при локализованной подаче тока в цилиндрическую ячейку наблюдается переходный режим, продолжительность которого зависит от величины магнитного поля. Во время этого режима интенсивность электровихревого течения меняется в несколько раз (возрастает, а затем убывает);

3. представлены эмпирические зависимости числа Рейнольдса от величины внешнего вертикального магнитного поля, описывающие процесс подавления полоидального электровихревого течения жидкого металла в цилиндрической ячейке при локализованном и коаксиальном токоподводах;

4. экспериментально реализована устойчивая круговая поверхностная волна в цилиндрической МГД-ячейке с центральным нижним и кольцевым верхним электродами в условиях аксиально приложенного постоянного магнитного поля. Получены эмпирические законы зависимости характерной частоты и амплитуды волны от силового параметра.

Теоретическая и практическая значимость. Результаты, полученные в рамках диссертационной работы, углубляют понимание механизмов генерации течений в жидких металлах, которые создаются под действием электромагнитных сил и дают количественные данные для верификации численных моделей. Материалы первой главы развивают индукционные методы в задачах бесконтактного измерения положения свободной поверхности жидкого металла, определения характеристик ее колебаний и определения положения границы раздела жидкой и твердой фаз металла в процессе кристаллизации. Результаты, изложенные во второй главе, могут быть востребованы для проектирования и использования жидкометаллических накопителей электроэнергии, поскольку полученные результаты показывают возможность существования таких режимов течения, которые способны критическим образом повлиять на их работу. Материалы третьей главы дают представление о круговой поверхностной волне, методах ее генерации, физическом механизме поддержания течения, пределах ее существования, характеристиках возникающего течения и динамике свободной поверхности.

Методология и методы диссертационного исследования. Основным подходом исследования, применяемым в диссертационной работе, выступает физический эксперимент. Все измерения проводились с использованием высокоточных методов и современного измерительного оборудования, обеспечивающие высокую чувствительность и надежность измерений, а также воспроизводимость получаемых данных. Проведены апробация методов измерений и алгоритмов обработки данных на тестовых задачах перед началом исследований. Разработаны методы автоматизации экспериментальных исследований, гарантирующие стабильность и достоверность данных.

Положения, выносимые на защиту:

1. Методика бесконтактного определения уровня и границ раздела электропроводящих сред, помещенных в оптически непрозрачные электропроводящие контейнеры.

2. Экспериментально установленный факт существования переходных процессов при пропускании больших токов через заполненную жидким металлом цилиндрическую ячейку во внешнем однородном вертикальном магнитном поле, при которых энергия полоидального течения в начальные моменты времени в несколько раз превосходит энергию установившегося полоидального течения.

3. Экспериментальное обнаружение существенного ослабления полоидального электровихревого течения на фоне развивающегося азимутального движения при воздействии слабым внешним аксиальным магнитным полем на заполненную жидким металлом цилиндрическую ячейку с локальным или коаксиальным токоподводом.

4. Объяснение механизма поддержания устойчивой круговой поверхностной волны в цилиндрической МГД-ячейке и экспериментальное определение области ее существования.

Степень достоверности и апробация результатов. Достоверность полученных результатов обеспечивается тщательной разработкой экспериментальных методик, проведением тестовых опытов, использованием поверенного измерительного оборудования и калиброванных датчиков, а также сравнением полученных результатов с данными теоретических, численных и экспериментальных исследований других авторов.

Основные результаты диссертации докладывались на следующих конференциях: V Всероссийская конференция «Пермские гидродинамические научные чтения», 26–29 сентября 2018, Пермь; XXI Зимняя Школа по механике сплошных сред, 18–22 февраля 2019, Пермь; XXVIII Всероссийская конференция «Математическое моделирование в естественных науках», 2–5 октября 2019, Пермь; VI Всероссийская конференция «Пермские гидродинамические научные чтения», 28–29 ноября, 2019, Пермь; VII Всероссийская конференция «Пермские гидродинамические научные чтения», 22–24 октября, 2020, Пермь; XXII Зимняя Школа по механике сплошных сред, 22–26 марта 2021, Пермь; International Symposium Non-Equilibrium Processes in Continuous Media, 16–18 сентября, 2021, Пермь; The

Fourth Russian Conference on Magnetohydrodynamics, 20–22 сентября 2021, Пермь; XXIII Зимняя Школа по механике сплошных сред, 13–17 февраля 2023, Пермь; The Fifth Russian Conference on Magnetohydrodynamics, 24–28 июня 2024, Пермь; XXIV Зимняя Школа по механике сплошных сред, 24–28 февраля 2025, Пермь.

Представленные исследования частично выполнены при поддержке Фонда содействия инновациям (договор № 14835ГУ/2019, код 0056778, конкурс УМНИК 19 (б)), при финансовой поддержке гранта РНФ (проект №18-41-06201), в рамках крупного научного проекта при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (соглашение № 075-15-2024-535 от 23.04.2024), а также в рамках государственного задания (тема AAAA-A19-119012290101-5).

Публикации. Материалы диссертации опубликованы в 33 печатных работах, из них: 9 в журналах, являющихся рецензируемыми научными изданиями, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертации на соискание ученой степени кандидата наук [1–9] (входящие в перечень ВАК и/или индексируемые в Web of Science, Scopus); 1 статья в журнале, индексируемом системой РИНЦ [10] и 23 тезисов докладов [11–33].

Личный вклад автора. Содержание работы и основные положения, выносимые на защиту, отражают личный вклад автора в опубликованные материалы. Изготовление, тестирование и калибровка индукционного датчика уровня на стационарных и нестационарных электропроводящих средах, сборка соответствующих лабораторных установок, обработка и анализ экспериментальных данных были проведены непосредственно автором [7–9]. В работах [1–6] автор содействовал разработке экспериментальных установок и составлению планов исследований, лично выполнил сборку и калибровку индукционной измерительной системы, с помощью которой провел измерения колебаний свободной поверхности жидкого металла. Измерения скоростей течений, выполненные с помощью ультразвукового доплеровского анемометра, написание программ по обработке данных осуществлены лично автором. Постановка задач, результаты исследований и их интерпретация обсуж-

дались с научным руководителем П. Г. Фриком и И. В. Колесниченко. Подготовка и написание текстов статей выполнены совместно с соавторами.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, обзора литературы, 3 глав, заключения и библиографии. Общий объем работы составляет 148 страниц, включая 95 рисунков и 3 таблицы. Библиография содержит 158 наименований на 17 страницах.

ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

1. МГД течения в цилиндрических объемах

Магнитная гидродинамика (МГД) изучает движение электропроводящих жидкостей и газов в электромагнитном поле. При такого рода движении возникают новые механические эффекты и открываются новые методы воздействия на движение жидкости [34]. Движение электропроводящей жидкой среды при наличии электромагнитного поля приводит к возникновению электрических токов, которые, с одной стороны, взаимодействуя с магнитным полем, вызывают появление дополнительных сил, способных изменить гидродинамическое движение жидкости. С другой же стороны, возникновение электрических токов приводит к изменению распределения электромагнитного поля. Поэтому основной задачей МГД является изучение динамики электропроводящей жидкости или газа в магнитном поле [35, 36].

Система уравнений МГД включает в себя уравнения Навье-Стокса движения жидкости, дополненные слагаемыми, описывающими действие электромагнитных сил, уравнения Максвелла и закон Ома для движущейся среды (дополненный силой Лоренца) [37], который определяет связь между током и полем в движущихся проводниках [38]. В случае несжимаемой изотермической жидкости и типичных для магнитной гидродинамики предположений, что токи смещения малы (процессы медленны) и среда электрически нейтральна, система уравнений имеет вид:

$$\begin{gathered}\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}+(\mathbf{v}\cdot\nabla)\,\mathbf{v}=-\frac{1}{\rho}\nabla p+\nu\Delta\mathbf{v}+\frac{1}{\rho}\mathbf{j}\times\mathbf{B},\\ \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}+\operatorname{rot}(\mathbf{v}\times\mathbf{B})=\nu_m\Delta\mathbf{B},\\ \nabla\cdot\mathbf{v}=0,\\ \nabla\cdot\mathbf{B}=0.\end{gathered}\tag{1}$$

Здесь $\mathbf{v}$ – вектор скорости, ρ – плотность, p – давление, ν – кинематическая вязкость, $\mathbf{j}$ – вектор плотности электрического тока, $\mathbf{B}$ – вектор индукции

магнитного поля, $\nu_m = 1/\mu\mu_0\sigma$ – магнитная вязкость, μ – магнитная проницаемость среды, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м $\approx 1.26 \cdot 10^{-6}$ Гн/м – магнитная постоянная, σ – электропроводность среды.

Представляя систему уравнений (1) в безразмерном виде, можно получить ряд управляющих параметров, описывающих характер МГД течений. Помимо числа Рейнольдса Re – гидродинамического критерия подобия, отражающего соотношение между инерционными и вязкими силами (отношение нелинейного и диссипативного членов в уравнении Навье-Стокса), возникают критерии, описывающие взаимодействие течения с магнитными полями. Например, магнитное число Рейнольдса Re_m характеризует взаимодействие проводящих движущихся жидкостей и газов (плазмы) с магнитным полем и представляет собой отношение инерционных сил к силам магнитной диффузии.

$$\mathrm{Re} = UL/\nu, \tag{2}$$

$$\mathrm{Re}_m = UL/\nu_m, \tag{3}$$

где U и L – характерные скорость и размер в рассматриваемой задаче.

Малые числа Рейнольдса ($\mathrm{Re} < 10^2$) отвечают ламинарным течениям, умеренные ($\mathrm{Re} \sim 10^3$) характеризуют переходные режимы, а большие ($\mathrm{Re} > 10^5$) появляются в развитых турбулентных течениях [37]. Малые магнитные числа Рейнольдса ($\mathrm{Re}_m \ll 1$) показывают, что магнитное поле диффундирует сквозь жидкость, то есть под действием движущейся жидкости магнитное поле меняется слабо, в то время как большие числа ($\mathrm{Re}_m \gg 1$) показывают, что магнитное поле «вморожено» в жидкую среду.

Одним из основных критериев подобия в задачах МГД является число Гартмана, которое определяет отношение электромагнитных сил к вязким:

$$\mathrm{Ha} = BL\sqrt{\frac{\sigma}{\rho\nu}} \tag{4}$$

где B – характерная величина индукции магнитного поля в рассматриваемой задаче. Значения $\mathrm{Ha} \ll 1$ говорят о том, что магнитное поле оказывает пренебрежимо

малое влияния на поток электропроводной среды, в то время как при Ha > 1 характер течения в значительной степени определяется внешним электромагнитным воздействием.

Влияние магнитного поля на движение проводящей жидкости характеризуется числом Стюарта, которое представляет собой отношение электромагнитных сил к инерционным:

$$\mathrm{N} = \frac{B^2 L\sigma}{\rho U} = \frac{\mathrm{Ha}^2}{\mathrm{Re}}. \tag{5}$$

При $\mathrm{N} \ll 1$ магнитное поле слабо влияет на течение, в то время как при $\mathrm{N} \gg 1$ магнитное поле сильно подавляет движение жидкости.

Магнитное число Прандтля Pr_m характеризует отношение сил внутреннего трения к магнитной вязкости жидкости [39], тогда как тепловое число Прандтля Pr характеризует отношение переноса импульса молекулярной вязкостью к переносу тепла молекулярной температуропроводностью [40].

$$\mathrm{Pr}_m = \nu\mu\mu_0\sigma, \tag{6}$$

$$\mathrm{Pr} = \frac{\nu}{\chi}, \tag{7}$$

где χ – коэффициент температуропроводности.

Магнитное число Прандтля можно выразить как отношение магнитного числа Рейнольдса к обычному числу Рейнольдса:

$$\mathrm{Pr}_m = \frac{\mathrm{Re}_m}{\mathrm{Re}}. \tag{8}$$

В задачах о движениях жидкости, вызванных протеканием через нее электрического тока I, возникает параметр электровихревого течения S, который характеризует отношение электромагнитной силы, возникающей при взаимодействии электрического тока с собственным магнитным полем, к силе вязкости [40]:

$$\mathrm{S} = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi^2\rho\nu^2}. \tag{9}$$

Материал, представленный в настоящей диссертационной работе, основан на экспериментальном исследовании течений жидкой электропроводной среды,

представляющей собой легкоплавкий металлический сплав GaZnSn с температурой плавления 17 °C. Плотность $\rho = 6256$ кг/м^3, кинематическая вязкость $\nu = 3 \cdot 10^{-7}$ м^2/с, электропроводность $\sigma = 3.56 \cdot 10^6$ См/м, температуропроводность $\chi = 1.46 \cdot 10^{-5}$ м^2/с [41, 42]. Характерный размер в рассматриваемых задачах $L = 0.1$ м, скорость $U \sim 0.1$ м/с, магнитные поля $B \sim 0.01$ Тл, электрические токи $I \sim 10^3$ А. Характерные значения безразмерных параметров, относящиеся к задачам, рассматриваемым в рамках данной диссертационной работы, приведены в таблице 1.

Таблица 1. Характерные для рассматриваемых в диссертационной работе задач значения безразмерных параметров.

Re	Re_m	Ha	N	Pr	Pr_m	S
$3 \cdot 10^4$	0.04	44	0.06	0.02	10^{-6}	$6 \cdot 10^7$

В астрофизических плазмах (например, в звездах и планетах) магнитное число Рейнольдса обычно крайне велико. На Солнце оно достигает $\mathrm{Re}_m \sim 10^6$. Это значит, что движение плазмы сильно влияет на магнитное поле: оно как бы «вмораживается» в поток и переносится вместе с ним. При таких условиях магнитное поле может не только сохраняться, но и усиливаться за счет движения самой плазмы (динамо-эффект) [43].

В инженерных МГД-системах (МГД-насосы, жидкометаллические системы охлаждения и т.п.) складываются иные условия: здесь типичные течения имеют малое магнитное число Рейнольдса ($\mathrm{Re}_m \ll 1$), поэтому самоподдерживающийся динамо-эффект не реализуется и магнитное поле задается извне. Зато велико число Стюарта и мало магнитное число Прандтля, что означает, что магнитные возмущения быстро рассеиваются, и для эффективного управления потоком требуется сильное внешнее поле.

В настоящее время исследования в области МГД все активнее проникают в сферу производства, тесно связанную с технологиями и особенностями различных

процессов в металлургии [44] (см. рис. 1). Область возможных приложений МДГ–воздействий в металлургических технологиях могут быть условно разделены на три большие группы:

1. устройства и МГД-методы для контроля и управления течением (различные МГД-насосы, регуляторы, вентили, расходомеры и т.п.) [45–50];

2. сильноточные металлургические электроустановки и технологии (разнообразные виды электрических печей, установки для получения металлов в процессе электролиза, технологии электрошлакового переплава, электродуговая сварка и т.п.) [51, 52];

3. современные МГД-технологии и инновационные устройства для обработки металлов (бестигельная зонная плавка металлов, магнитогидродинамическая

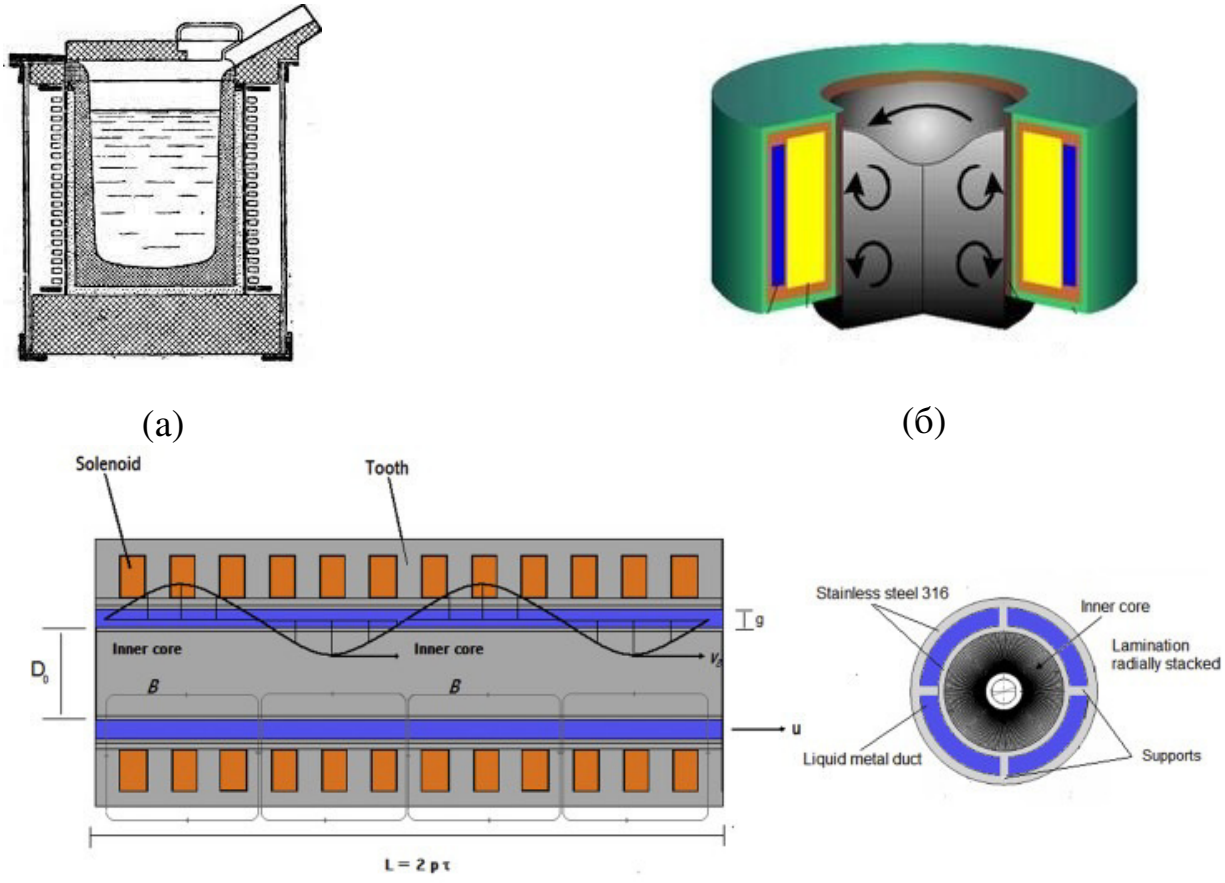


Рис. 1. Схема индукционной электрической печи (а), магнитогидродинамического перемешивателя (б) и кольцевого линейного асинхронного насоса (в).

сепарация и очистка, МГД-методы получения полупроводниковых материалов и др.) [53–57].

Стоит отметить, что значительная часть промышленных резервуаров представляет собой цилиндрические емкости, где торцы цилиндрической части ограничены сферическими поверхностями. Емкость оснащается фланцами, шлюзами обслуживания, опорами, дополнительными конструкциями и т.п. Отсутствие острых углов и швов исключает возникновение застойных зон в рабочей области объема. Использование цилиндрических емкостей в металлургическом производстве обладает несколькими преимуществами:

- способствует более эффективному перемешиванию содержимого, что особенно важно в процессах, требующих равномерного распределения температуры, химических добавок или примесей;
- обеспечивает высокую прочность, что особенно важно при работе с высокотемпературными и агрессивными материалами;
- способствует лучшему теплообмену между содержимым и окружающей средой, что может быть важным в процессах нагрева или охлаждения металлических расплавов;
- предоставляет легкий доступ для обслуживания и ремонта – простая конструкция без сложных элементов;
- обычно занимает меньше места на производственной площадке, что позволяет оптимизировать распределение пространства и повысить эффективность производственных процессов.

Для большинства технологических МГД устройств характерны крупные габариты, сильные температурные неоднородности, высокие значения скоростей потоков и протекающих токов. Эти особенности обуславливают появление су-

щественно нелинейных эффектов, требующих всестороннего изучения как с теоретической точки зрения, так и в рамках экспериментальных исследований.

В последние годы из-за глобального перехода к «чистой» энергетике, необходимости в дешевых и стабильных решениях для хранения энергии резко вырос интерес к жидкометаллическим батареям (ЖМБ) – это тип электрохимических устройств хранения энергии, в которых оба электрода, а также электролит находятся в жидком состоянии [58–60]. Их основное преимущество – высокая плотность тока, низкая стоимость материалов (часто используются дешевые металлы, такие как натрий, свинец), а также долговечность благодаря самовосстанавливающейся жидкой структуре, устойчивой к деградации. Такие батареи особенно привлекательны для масштабного хранения энергии в сетях с высокой долей возобновляемых источников, поскольку могут надежно и эффективно сглаживать колебания мощности.

Типичная ЖМБ состоит из трех основных компонентов: двух жидкометаллических электродов (анода и катода) и электролита, который обеспечивает перенос ионов между электродами (см. рис. 2). В процессе разряда батареи верхний металлический слой отдает электроны, в то время как ионы, преодолевая электролитический слой, перемещаются в нижний слой. При отсутствии коррозионных процессов данная реакция является полностью обратимой [61].

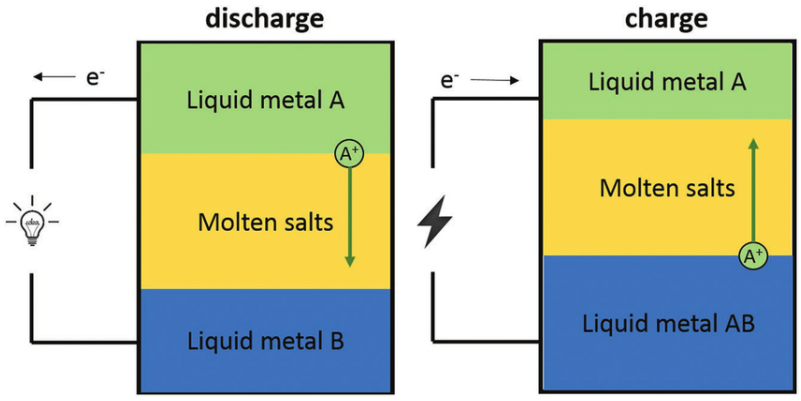


Рис. 2. Схема работы жидкометаллической батареи в процессах разряда и заряда (из статьи [60]).

Одним из ключевых гидродинамических явлений, возникающих в жидкометаллических батареях, является конвекция, то есть передача тепла и массы через

движение жидкости, вызванное различиями в плотности и температуре среды [62, 63]. В жидкометаллических батареях конвекция может возникать из-за разницы в плотности между рабочим металлом и электролитом, а также из-за нагрева или охлаждения системы (резистивный нагрев электролита). Конвекция может оказывать влияние на эффективность и производительность жидкометаллических батарей: она способствует перемешиванию рабочего металла и электролита, обеспечивая более равномерное распределение компонентов в батарее, предотвращая образование слоев или отложений, которые могут ухудшить производительность. Кроме того, конвекция может помочь в распределении тепла, что может быть важно для регулирования температуры и предотвращения перегрева или охлаждения батареи.

Вообще говоря, гидродинамика ЖМБ чрезвычайно сложна. Помимо тепловой конвекции, она включает в себя течения, вызванные поверхностным натяжением, капиллярные эффекты на стенках и т. д. К настоящему времени известно много работ, посвященных различным течениям, которые могут возникать в жидкометаллических батареях [64–68]. Это и длинноволновые, и коротковолновые неустойчивости, конвекция Релея-Бенара и конвекция Марангони, а также электровихревые течения [61, 65].

2. Электровихревые течения (ЭВТ) жидких металлов

Среди МГД течений, вызванных действием объемной пондеромоторной силы [69], особый интерес для исследователей представляют так называемые электровихревые течения (ЭВТ), которые образуются в результате взаимодействия электрического тока, пропускаемого через электропроводящую жидкость, с собственным магнитным полем, при условии, что его плотность неоднородно распределена в объеме и ротор электромагнитных сил отличен от нуля [70, 71].

Исследование ЭВТ и воздействия электромагнитных сил на расплав началось еще в 1960-х годах в задачах электродуговой и электрошлаковой переплавки [72–74].

Каноническая задача в исследованиях ЭВТ касается течений жидкого металла в осесимметричных ячейках с локализованным на ее оси электродом. Теоретические и экспериментальные исследования ЭВТ при прохождении постоянного тока через проводящую среду помещенную в полусферические и цилиндрические объемы (см. рис. 3) подробно рассмотрены в работе Бояревича и соавторов [40]. Было выявлено, что при отсутствии внешнего магнитного поля ключевыми факторами, влияющими на характер ЭВТ выступают сила тока и геометрические условия его растекания в электропроводящей среде: форма жидкого проводника, расстояние между электродами, а также плотность и вязкость расплава.

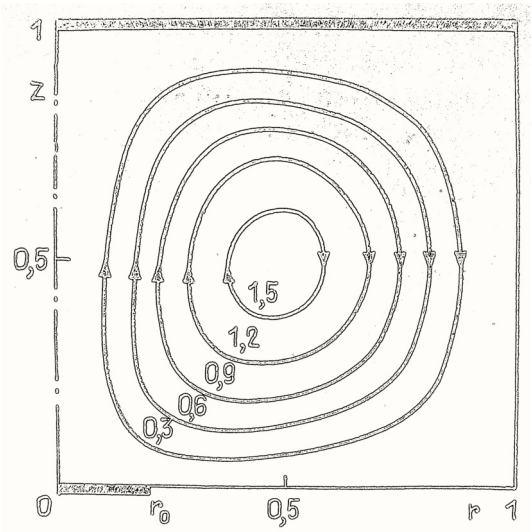


Рис. 3. Линии тока полоидального ЭВТ в цилиндрическом объеме с локализованным нижним и сплошным верхним электродами (из книги [40]).

Известны экспериментальные и теоретические исследования ЭВТ в плоских каналах технологических МГД-устройств [75–79]. В этих работах рассматриваются условия генерации таких течений, возникновение неустойчивости свободной поверхности плоского слоя [80], возможность создания электровихревыми течениями насосного эффекта в плоском МГД-канале и т.п. Представлены модели гидродинамических процессов в ваннах алюминиевых электролизеров большой мощности [81], а также электровихревых МГД-насосов и перемешивателей [82].

Внешнее магнитное поле способно оказывать заметное влияние на интенсивность и пространственную структуру электровихревых течений [83–85]. Иссле-

дования показали, что при наличии локализованного источника тока наложение внешнего магнитного поля может вызывать формирование вторичных вихревых течений [83]. Интенсивность этих течений зависит как от конфигурации внешнего магнитного поля, так и от геометрии токоподвода. В связи с этим при проектировании устройств, в которых возможно развитие ЭВТ, необходимо учитывать не только магнитные поля от внешних источников, но и естественные геофизические факторы – даже слабое магнитное поле, сравнимое по величине с магнитным полем Земли, может оказать существенное влияние на течение [85].

Отдельно стоит отметить работу Дэвидсона [86], в которой рассматривается эксперимент Бояревича ЭВТ в осесимметричной полусферической ванне (см. рис. 4). Возникающее в ячейке течение является полоидальным, по крайней мере при низких уровнях силового воздействия. При высоких уровнях протекающего тока наблюдается вращательное движение жидкости, которое оказывается более интенсивным, нежели полоидальное течение. При этом исходное полоидальное течение подавляется. Дэвидсон показал, что азимутальное вращение вызывает вторичное полоидальное течение, состоящее из высокоскоростной пристеночной струи (подкачки Экмана), которая движется вниз в пределах пограничного слоя и рециркулирует обратно вверх через ядро потока. Движущей силой для присте-

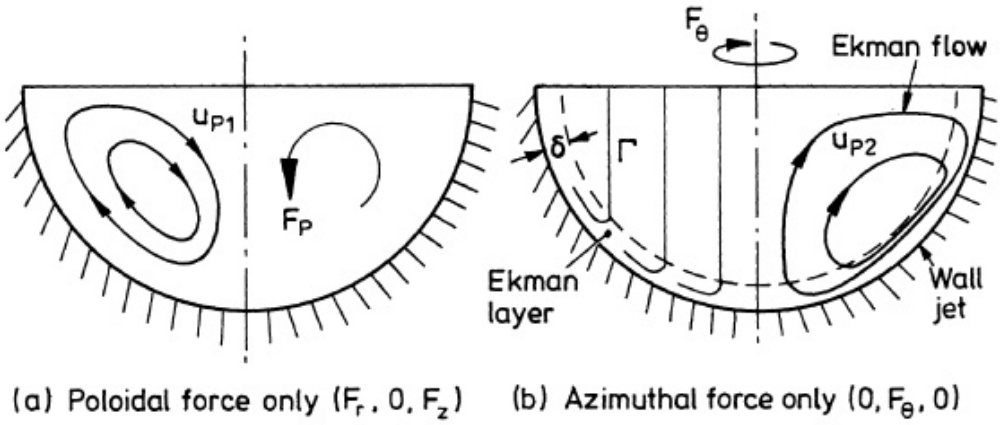


Рис. 4. На левом рисунке показано полоидальное ЭВТ, вызванное непосредственно полоидальной силой. На правом рисунке показаны контуры углового момента и вторичное течение (за счет подкачки Экмана), вызванное азимутальной силой (из работы [86]).

ночной струи является радиальный градиент давления, который устанавливается в ядре потока, чтобы уравновесить центростремительное ускорение закрученной жидкости.

ЭВТ существенно влияют на многие инженерные устройства [87], такие как электродуговые печи [88–90], жидкометаллические насосы [91, 92] и жидкометаллические батареи, [65, 67, 68, 93–95]. Цилиндрическая форма активно применялась еще в первых экспериментальных исследованиях [96, 97] и приобрела особую популярность при изучении и разработке ЖМБ [58, 59, 66, 85, 98, 99].

В жидкометаллических батареях электровихревые течения могут оказывать как положительное, так и отрицательное влияние. С одной стороны, ЭВТ способствуют перемешиванию рабочего металла и электролита (см. рис. 5), что может привести к более равномерному распределению компонентов и предотвращению образования застойных слоев или отложений, которые могут ухудшить производительность батареи [100]. С другой стороны, слишком интенсивные электровихревые течения вызывают дополнительные потери энергии и ухудшение эффективности батареи. Они могут приводить к неоднородному распределению температуры и плотности внутри батареи, что может привести к неравномерности работы и уменьшению производительности. Поэтому в конструкции жидкометаллических

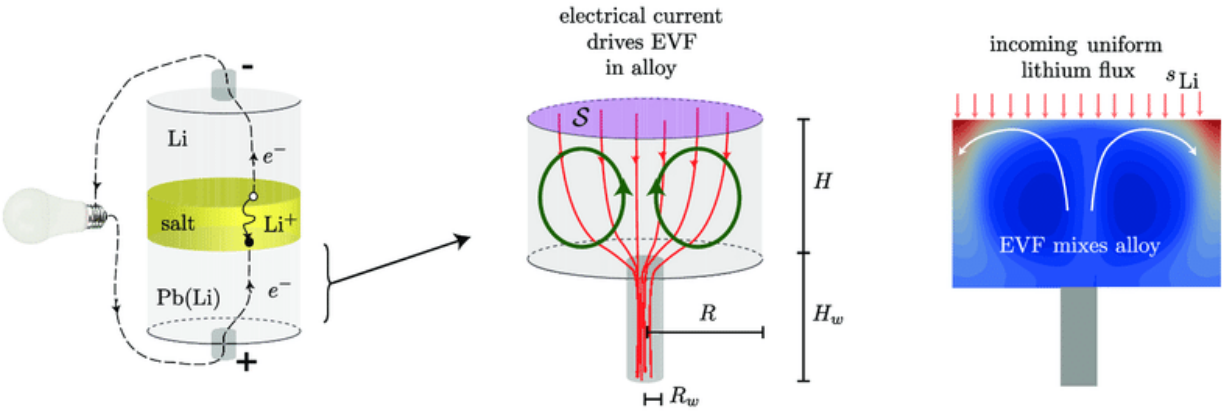
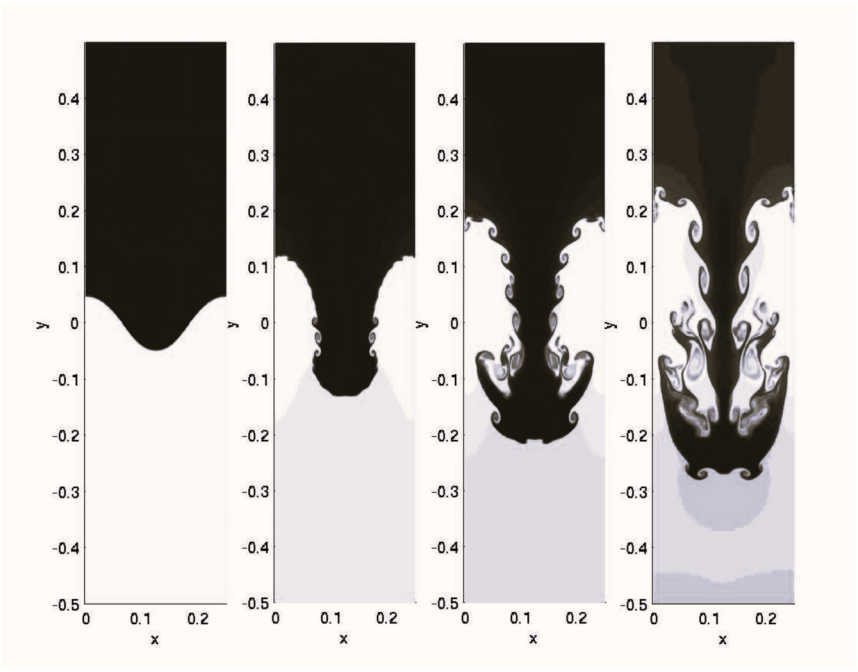


Рис. 5. Процесс генерации ЭВТ при разрядке ЖМБ: в положительном электроде неоднородно распределенный электрический ток создает ЭВТ, которое способствует перемешиванию сплава и задержке появлению интерметаллических фаз (из работы [100]).

батарей необходимо учитывать влияние электровихревых течений и стремиться к оптимальному балансу между достижением хорошего перемешивания и минимизацией потерь энергии. Это может быть достигнуто через оптимизацию формы и геометрии батареи, контроль параметров электромагнитных полей и т.п.

3. МГД-неустойчивости

В гидродинамике теория устойчивости занимает особое место. Классические неустойчивости – Релея-Тейлора (самопроизвольное нарастание возмущений давления, плотности и скорости в жидких средах с неоднородной плотностью, находящихся в гравитационном поле либо движущихся с ускорением [101]), Кельвина-Гельмгольца (возникающая при наличии сдвига между слоями сплошной среды, либо когда две контактирующие среды имеют достаточную разность скоростей [102]), Плато-Рэлея (явление самопроизвольного разбиения длинной струи жидкости на отдельные не связанные фрагменты – капли [103]) и т.п. (см. рис. 6).

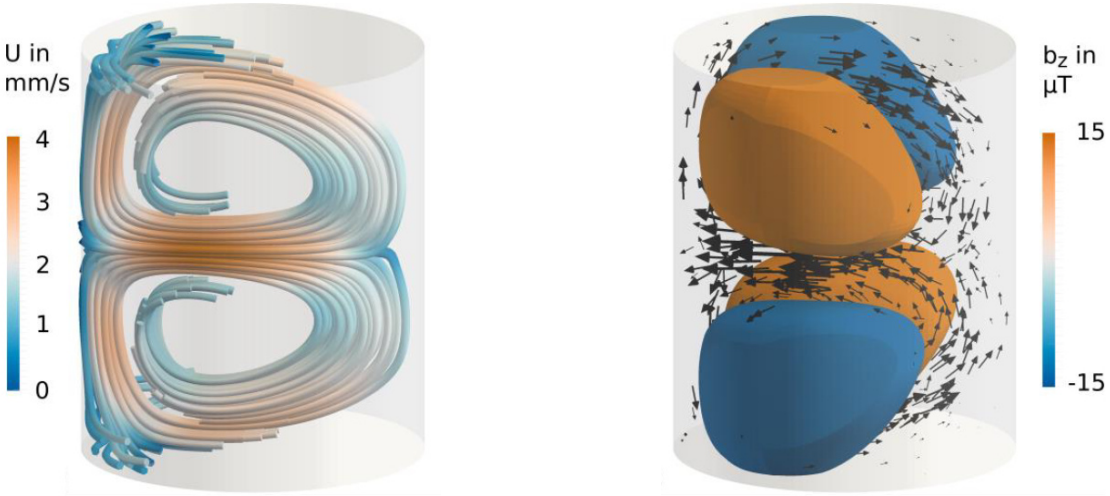


(а)

(б)

Рис. 6. Пример развития неустойчивости Рэлея-Тейлора (а); падающий поток воды, разбивающийся на капли из-за неустойчивости Плато-Релея (б).

В магнитной гидродинамике появляется целый спектр новых неустойчивостей [104], например, магниторотационная (неустойчивость проводящей жидкости, вращающейся в магнитном поле [105]) и неустойчивость Тейлера (взаимодействие однородного аксиального тока в цилиндре с собственным азимутальным магнитным полем создает направленную внутрь силу пинча, которая становится неустойчивой [66], см. рис. 7), возникающие под действием градиента давления, электрического тока либо сил инерции.

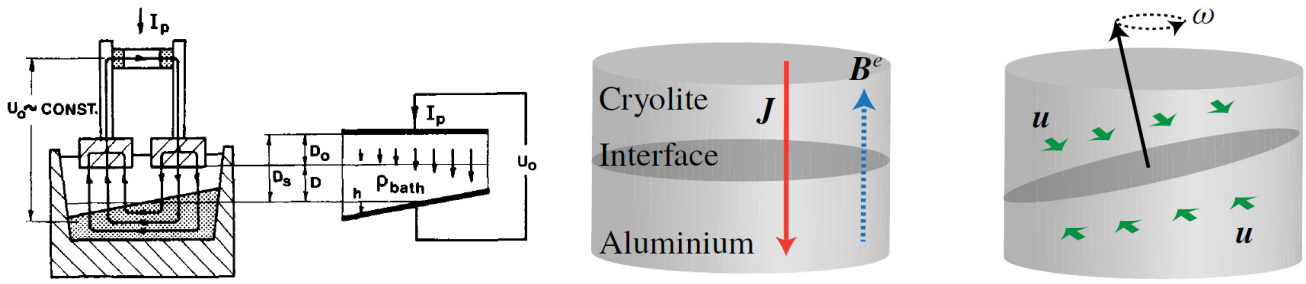


(а) (б)

Рис. 7. Неустойчивость Тейлера для цилиндра, заполненного жидким литием, при токе 4 кА: (а) – структура потока, (б) – индуцированная аксиальная компонента магнитного поля (из статьи [66]).

Особый интерес представляют магнитогидродинамические неустойчивости, которые могут возникать, например, в алюминиевых электролизерах, где вихревые течения способны приводить к неустойчивости поверхности металлического расплава [51, 79, 81, 106]. Алюминий получают посредством электролиза расплавленной смеси криолита и глинозема, при этом применяются электрические токи величиной ~ 100 кА [107]. С точки зрения гидродинамики, электролизные ванны представляют собой устойчиво стратифицированную двухслойную систему: более тяжелый расплавленный алюминий скапливается в нижней части, а менее плотный криолит остается сверху. Поскольку криолит обладает низкой электропроводно-

стью, значительная часть подводимой энергии теряется в верхнем слое за счет Джоулева нагрева. Для повышения энергоэффективности стремятся уменьшить толщину электролитного слоя, однако это приводит к повышенной чувствительности ячейки к магнитогидродинамическим колебаниям границы раздела. Одной из наиболее характерной нестабильностью считается неустойчивость «металлической подушки» (metal pad roll, далее MPR), механизм которой впервые был описан Селе [108]. Данная неустойчивость возникает под действием вертикальной компоненты внешнего магнитного поля, формирующейся за счет токоподводящих линий, с горизонтальными токами в электролизной ванне, что приводит к возникновению волновых движений на границе криолита и алюминия (см. рис. 8). При MPR неустойчивости колебания интерфейса начинают экспоненциально усиливаться и в конечном итоге могут вызвать отказ электролизной ячейки, поскольку прикосновение алюминия с верхним электродом приводит к короткому замыканию.

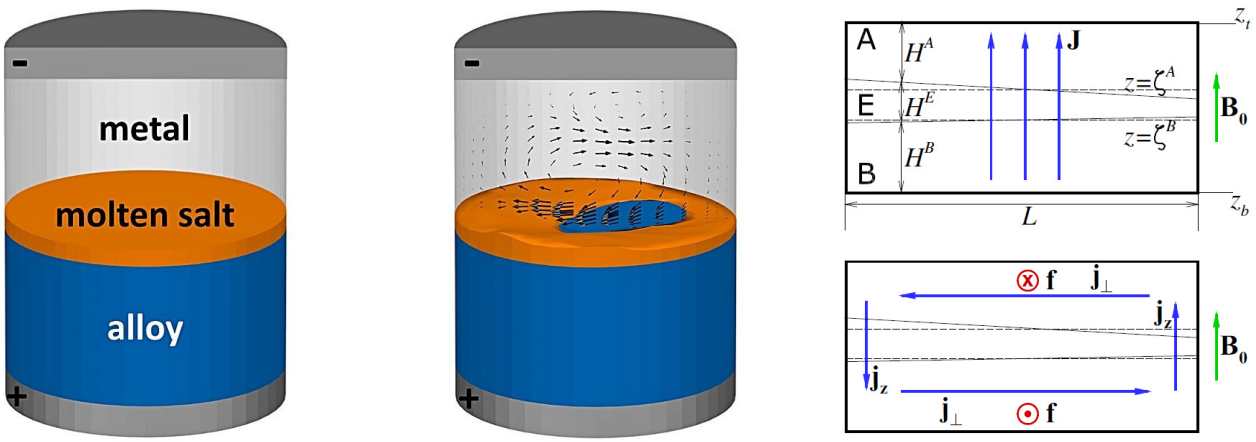


(а) (б)

Рис. 8. Распределение тока в электролитической ячейке восстановления алюминия (а) [108]. Иллюстрация механизма неустойчивости MPR в идеализированной цилиндрической восстановительной ячейке (б) [109].

При работе жидкометаллических батарей большие протекающие электрические токи приводят к возникновению интенсивных электромагнитных сил, что неминуемо ведет к ЭВТ, которые при таких токах могут быть нестационарны, создавая опасность деформации слоя электролита и его «вымыванию» [51, 61, 95, 99]. При этом электропроводность электролита на порядки ниже электропроводностей жидкометаллических слоев. Это означает, что даже небольшая деформация интерфейса электролит-металл вызывает сильное изменение локального сопротивления,

что приводит к значительным изменениям в распределении электрического тока внутри ЖМБ и возникновению MPR неустойчивости [99]. Эти проблемы положили начало теоретическим и численным исследованиям MPR-неустойчивости в ЖМБ-подобных жидкометаллических системах (см. рис. 9) [109–112].

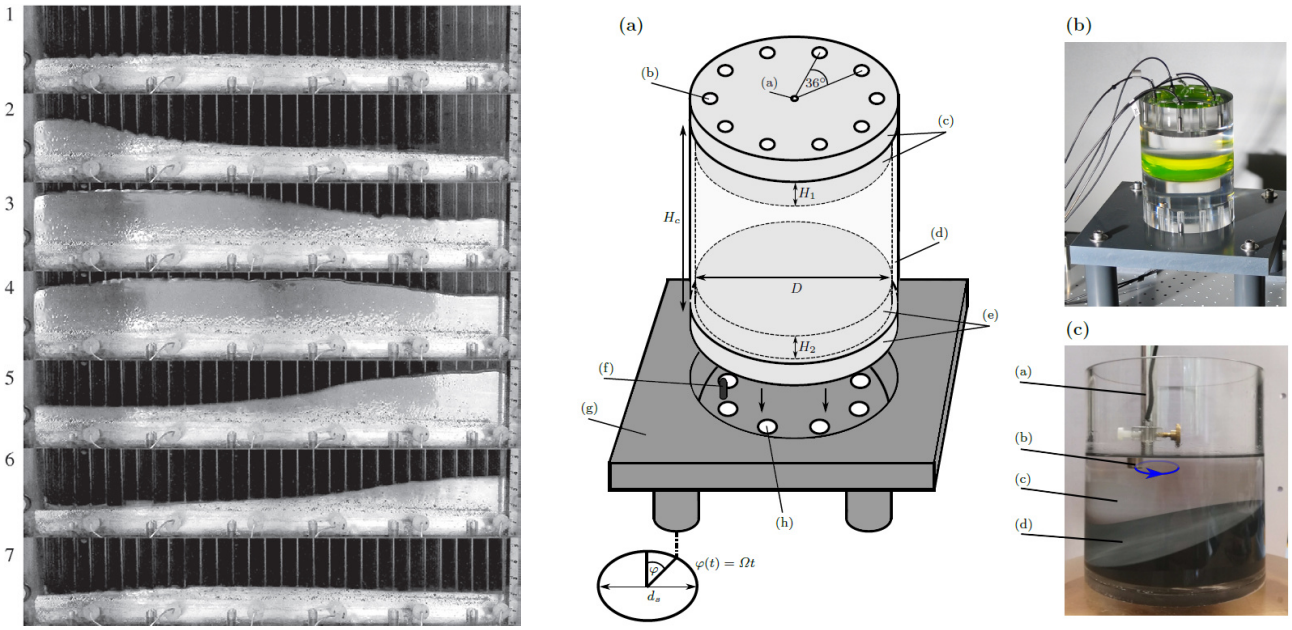


(а) (б) (в)

Рис. 9. Типичная конфигурация жидкометаллической батареи (а); деформация и «вымывание» слоя электролита при МГД течении (б); схематическое изображение физического механизма MPR неустойчивости (в).

Ключевая нерешенная проблема в исследованиях, посвященных неустойчивости MPR, заключается в отсутствии экспериментальной верификации множества существующих аналитических и численных моделей. Хотя вращательные волны нередко фиксировались косвенными методами в промышленных электролизных ячейках, прямое количественное измерение колебаний интерфейса остается невозможным из-за экстремальных условий: высокая температура и агрессивная химическая среда внутри ячейки существенно ограничивают применение измерительных приборов. И даже упрощенные модельные эксперименты довольно сложны в реализации, что объясняет малое количество экспериментов. Например, в работе Педченко с соавторами [113] в экспериментальной установке был заменен слой криолита конструкцией из вертикально расположенных тонких стержней, а вместо алюминия использовали эвтектический сплав галлия. В ходе эксперимента исследователям удалось инициировать вращательное волновое движение, характерное

для MPR неустойчивости. В работе [111] был выполнен эксперимент, в котором изучалось поведение волн на границе двух или трехслойных жидких систем в цилиндрических сосудах, подвергаемых орбитальному встряхиванию. Этот эксперимент задумывался как гидродинамическая модель, имитирующая процессы, происходящие в жидкометаллических батареях. Его цель – лучше понять некоторые аспекты вращательного волнового движения, аналогичного неустойчивости MPR, включая, например, механизмы вязкого затухания волн и особенности движения линии контакта между жидкостями (см. рис. 10).



(а) (б)

Рис. 10. Последовательность видеокадров, демонстрирующих прохождение волны жидкого металла вдоль боковой стенки ячейки (а) [113]. Измерение динамики интерфейсных волн в цилиндрических контейнерах, подвергаемых орбитальному встряхиванию (б) [111].

Исследование рассмотренных выше процессов имеет важное значение для многих областей, включая инженерию и энергетику. Понимание характеристик различных течений позволяет оптимизировать проектирование технических систем, обеспечивать их надежность и эффективность, а также контролировать технологические процессы.

4. Экспериментальные методы

Измерение характеристик течений в жидких металлах представляет собой сложную задачу. Основной проблемой является их оптическая непрозрачность, которая исключает применение традиционных визуальных и лазерных методов, таких как PIV (particle image velocimetry) визуализация с помощью частиц или лазерная доплеровская анемометрия [114, 115]. Кроме того, жидкие металлы зачастую находятся при высокой температуре, что требует использования специализированных термостойких материалов и оборудования. Их высокая электропроводность усложняет использование электронных датчиков и может вызывать паразитные токи в измерительных устройствах, а химическая агрессивность среды может привести к быстрому износу или разрушению зондов и сенсоров.

Несмотря на эти трудности, для фундаментальных исследований и практических инженерных приложений, таких как металлургия, литейное производство и т.п. были разработаны и адаптированы различные методы измерения. Для измерений скорости жидких металлов существуют теплофизические, электромагнитные методы, методы, основанные на эффекте Доплера и пр.

Теплофизические методы основаны на измерении скорости потока жидкости, используя эффект переноса тепла от нагретого тела подвижной средой. Недостатки таких методов – необходимость создания стойкой электроизоляции нагревательного элемента, а также большая инерционность [116, 117].

Электромагнитные методы основываются на измерении величин, характеризующих взаимодействие магнитного поля с течением электропроводящей среды. Например, кондукционные датчики скорости основаны на законе Ома для движущейся среды [118–120]. Измерения осуществляются в области между электродами, где фиксируется разность потенциалов, зависящая от локальной скорости течения. Такие датчики позволяют измерять как среднее значение скорости, так и мгновенное, что дает возможность получить, например, статистические характеристики однородной изотропной турбулентности [119].

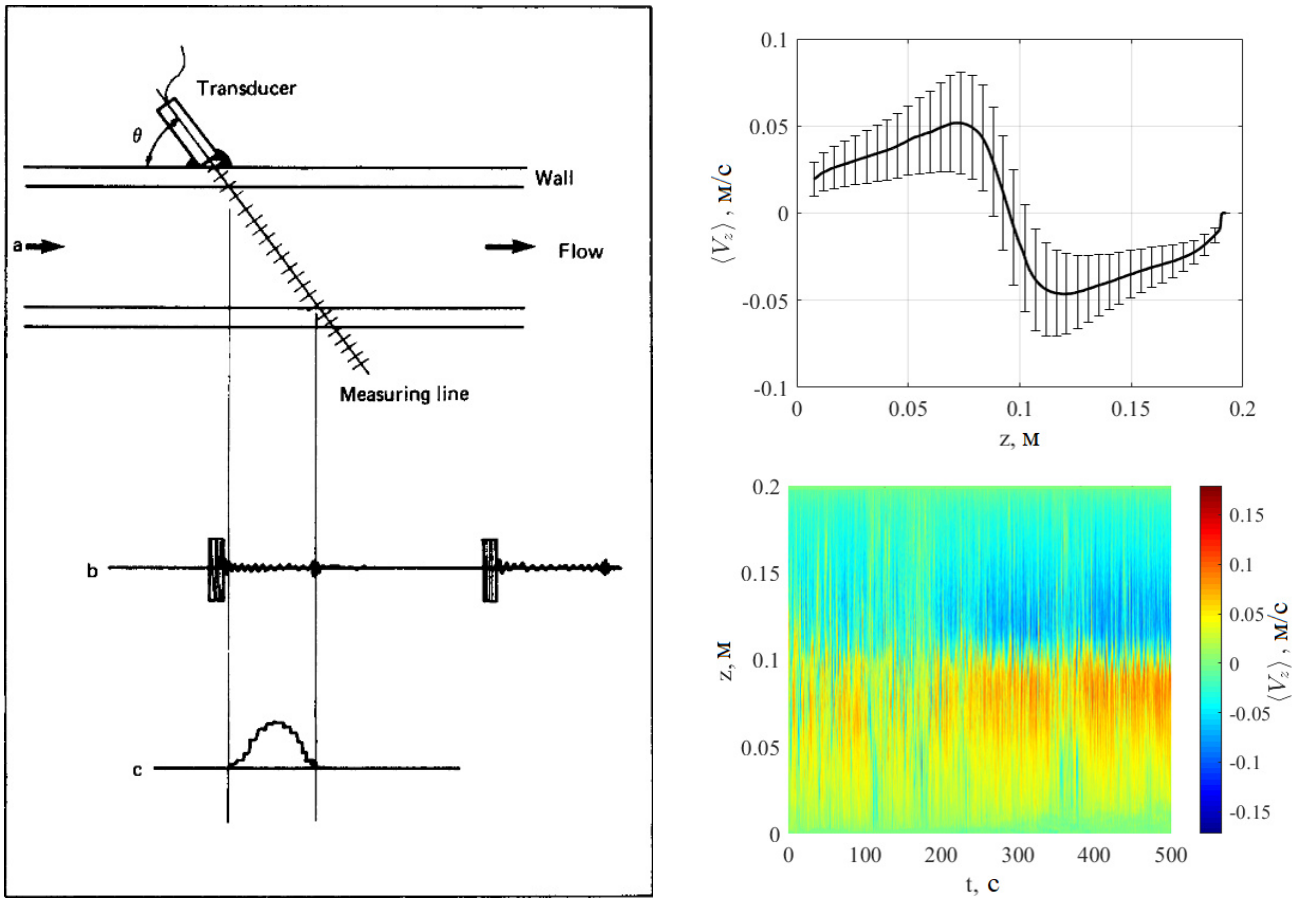
Индукционные методы также используют для измерения скорости течения жидкого металла. Суть метода заключается в установке вдоль трубы двух датчиков магнитного поля, которые регистрируют вызванные движением проводящей жидкости искажения этого поля. Получаемые при этом сигналы вполне достаточны для определения одной компоненты скорости течения [121].

Для измерения скорости течения жидких металлов применимы и оптические методы, однако их использование ограничено областью свободной поверхности. Один из таких способов – поплавковый метод, при котором поле скорости восстанавливается на основе анализа фотоснимков поверхности металла. В роли трассеров в этом случае выступают газовые пузырьки, образующиеся в результате химической реакции между металлическим слоем и тонким слоем кислоты [80].

С конца прошлого века широкую популярность получили ультразвуковые методы для измерения внутренней структуры течений жидких металлов [122]. Ультразвуковая доплеровская анемометрия (УДА) – неинвазивный метод измерения скорости течения жидких сред, основанный на эффекте Доплера (изменение частоты и, соответственно, длины волны, регистрируемое наблюдателем, возникающее из-за относительного движения между источником волн и наблюдателем). Ультразвуковые волны в большинстве случаев генерируются пьезоэлектрическим преобразователем, который может также выполнять функцию приемника, фиксируя отраженные волны от движущихся неоднородностей в потоке. В жидком металла такими отражающими объектами могут быть как посторонние твердые включения, так и оксиды, возникающие в самом металле. Техническая реализация метода основана на корреляционном анализе последовательно излучаемых и принимаемых (отраженных от движущихся частиц) волновых пакетов. Положение точки в потоке, в которой измеряется скорость, определяется по времени прохождения ультразвукового импульса.

Одной из ключевых проблем при применении ультразвуковых методов является прохождение волн через межфазные границы. Существенный скачок акустического импеданса на границе раздела фаз приводит к интенсивному отражению

волн, что существенно осложняет измерение скорости течения, но позволяет изучать многофазные среды. В частности, ультразвук может быть использован для пространственной локализации твердых включений [123], газовых пузырьков [124], а также для определения положения фазовых границ, возникающих, например, в процессе кристаллизации металлов [125, 126]. Определение положения границы основано на анализе пространственного профиля эхо-сигнала, в котором граница проявляется в виде локального максимума, обусловленного изменением акустических свойств и отражением волн на межфазной границе (см. рис. 11). Метод применим как для определения положения неподвижных границ (например, уровня жидкого металла в сосуде), так и для анализа динамических процессов, включая колебания свободной поверхности.



(а) (б)

Рис. 11. Принцип ультразвукового метода измерения скорости (а) на примере одномерного течения в трубе (сигнала эха и профиль скорости). Пример профиля скорости (сверху) и его временной диаграммы (снизу) на границе двувихревого течения (б).

Помимо измерений скорости течения жидкого металла, особый интерес представляет положение его свободной поверхности, если такова имеется. Важно уметь определять положение и форму свободной поверхности, например, при непрерывной разливке металла. При разработке жидкометаллических батарей также важно контролировать форму и положение границы раздела металл-электролит, чтобы оценить влияние различных факторов на стабильность многослойной системы [67]. Классические ультразвуковые и оптические методы в данном случае зачастую неприменимы из-за высоких температур, оптической непрозрачности как жидкой среды так и емкостей, в которые они помещены.

Превосходная электропроводность жидкого металла используется в качестве основы для контактных, емкостных и индукционных методов измерения уровня во многих технологических устройствах [127]. Еще в прошлом веке были разработаны различные способы измерения уровня жидких металлов, помещенных в оптически непрозрачные контейнеры (см. рис. 12) [128].

Наиболее очевидным способом определения уровня жидкого металла в объеме является кондуктивный метод. Однако применительно к металлургическим задачам он может иметь недостаточную точность из-за образования оксидных шапочек на поверхности расплава. Другой метод – индукционный, основанный на возбуждении вихревых токов в металле и последующем измерении возникающего магнитного поля. Уже существуют промышленные приборы, основанные на этом методе, для измерения, например, уровня расплавов алюминия [131] и стали [132]. В то же время недостатком таких систем является необходимость размещения датчика непосредственно в емкости с жидким металлом, над его поверхностью. В результате датчики подвергаются воздействию высоких температур и металлов, что усложняет их конструкцию и использование. Существуют альтернативные конфигурации таких устройств [129], однако они достаточно узкопрофильны и разрабатываются под конкретную установку. Кроме того, такие системы также не могут гарантировать достаточную точность измерений.

Конечно же существуют коммерческие датчики, основанные на представлен-

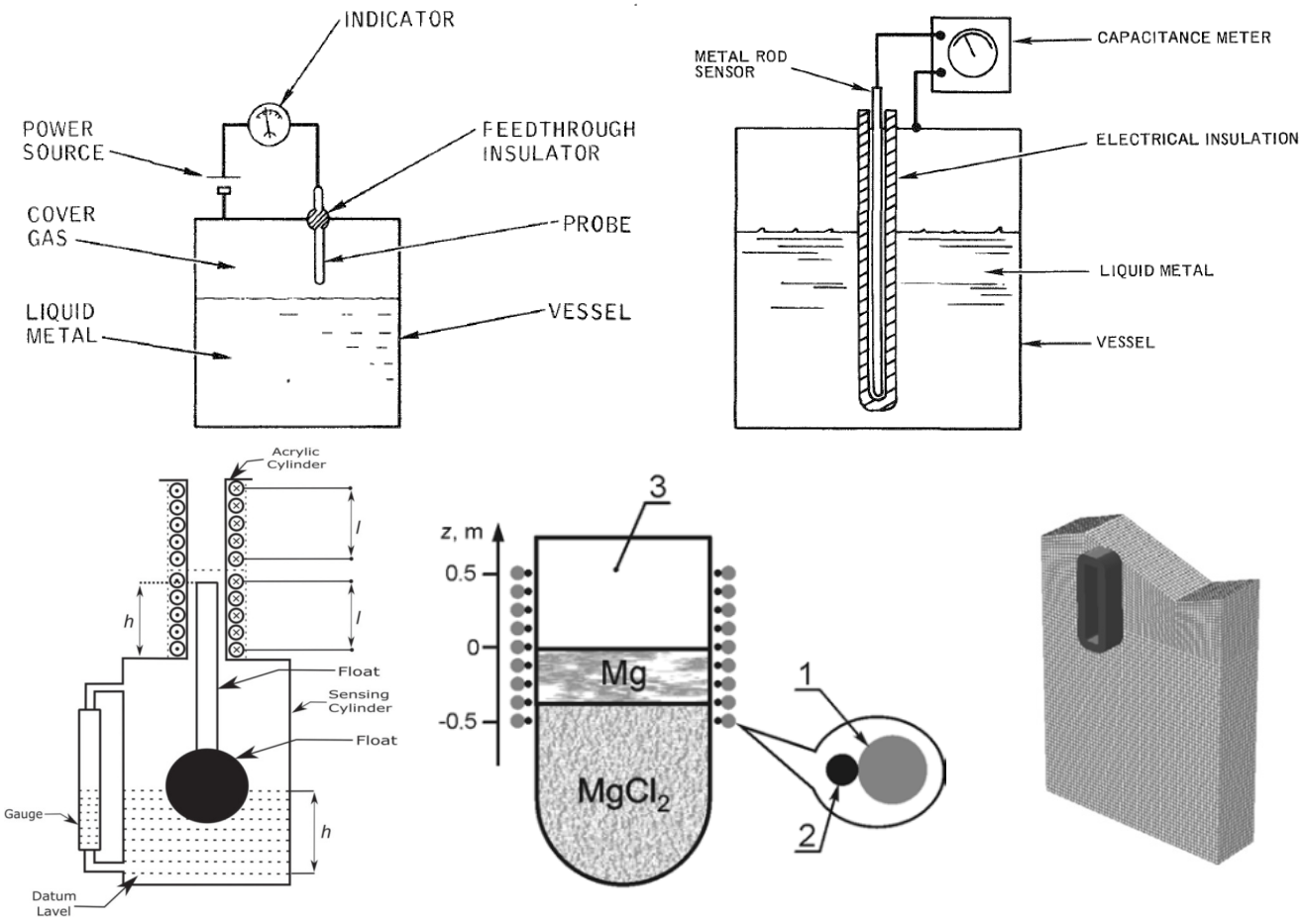


Рис. 12. Принципиальные схемы измерения уровня жидкости в объеме: контактный, емкостной, поплавковый и индукционные методы (из работ [127–130]).

ных выше методах. Основные недостатки таких устройств заключаются в том, что большинство из них должны физически находиться в емкости с жидким металлом, а также размеры и стоимость затрудняют их использование в лабораторных условиях.

В работе [130] представлен лабораторный образец индукционной измерительной системы, которая применима для емкостей произвольной геометрии, при этом один и тот же датчик может использоваться на разных установках. Но на данный момент есть информация только о прототипе этого устройства. Также в работе [130] проводились исследования сплава галлия в жидком состоянии при комнатной температуре и прозрачной непроводящей стенке, тогда как в реальных промышленных применениях материал контейнеров обычно оптически непрозрачен и электропроводен.

ГЛАВА 1

ИНДУКЦИОННЫЕ МЕТОДЫ В УРОВНЕМЕТРИИ

1.1. Введение и постановка задачи

В современном металлургическом производстве актуальной задачей остается контроль уровня жидких металлов [10, 130], поскольку он необходим для обеспечения количества и качества конечной продукции, например, для точной дозировки легирующих элементов и добавок, что влияет на конечные свойства материала. Наиболее яркими примерами процессов, критически зависящих от уровня жидких металлов, являются производство алюминия в электролизерах [51], производство титана в титаномагниевых реакторах [133], а также контроль формы и положения границы раздела металл-электролит в процессе заряда и разряда жидкометаллических батарей [67].

Высокая электропроводность жидких металлов лежит в основе различных методов измерения уровня, однако экстремальные температурные условия, сложность технологических процессов и агрессивные химические свойства жидких металлов требуют применения бесконтактных методов. Электропроводность металла значительно превосходит проводимость окружающей его среды, поэтому индукционные методы являются наиболее эффективными для решения этой задачи.

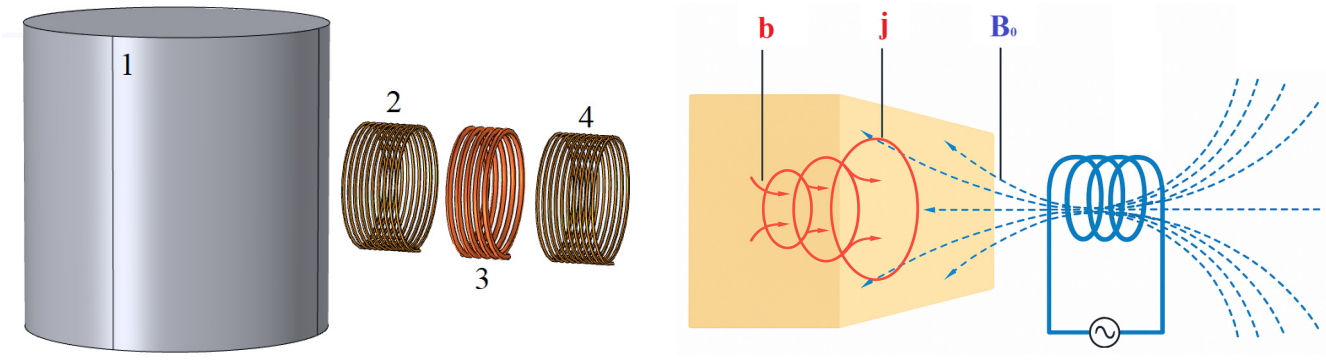
В работе [130] был предложен лабораторный прототип индукционной системы измерения уровня, предназначенной для бесконтактного определения положения границы жидкого металла. Для перехода к промышленному применению необходимы дополнительные исследования, направленные на адаптацию конструкции датчика к сложным условиям эксплуатации (например, высоким температурам), разработку термостойкой изоляции, а также учета взаимодействия с электропроводящими стенками сосудов.

Ставится задача разработать аналогичный по функциональности индукцион-

ный датчик уровня (ИДУ) для регистрации положения свободной границы жидкого металла сквозь оптически непрозрачные электропроводящие стенки контейнера с возможностью его применения в условиях высоких температур. Набор таких ИДУ может дать представление о двумерной структуре свободной поверхности расплава, что аналогично идее магнитной томографии. В настоящей главе представлены результаты разработки ИДУ и его тестирования в нестационарных задачах определения уровня электропроводящей среды.

1.2. Индукционный датчик уровня (ИДУ)

Разработанный бесконтактный индукционный датчик уровня (ИДУ) представляет собой систему из трех катушек, расположенных соосно (см. рис. 1.1). При пропускании через центральную (генерирующую) катушку переменного тока, будет создаваться переменное магнитное поле $\mathbf{B}_0$. Согласно закону электромагнитной индукции, переменное магнитное поле индуцирует электродвижущую силу (ЭДС) в крайних (измерительных) катушках. Если около одной из измерительных катушек находится электропроводящая среда, то из-за возникающих в этой среде вихревых токов **j** будет создаваться встречное переменное магнитное поле **b**. Основываясь



(а) (б)

Рис. 1.1. Схема бесконтактного индукционного датчика для определения уровня электропроводящей среды (а): 1 – электропроводящая среда, 2 – измерительная катушка №1, 3 – генерирующая катушка, 4 – измерительная катушка №2. Схематическое изображение принципа генерации магнитных полей (б).

на принципе суперпозиции магнитных полей, разность потенциалов U_1 в измерительной катушке №1, расположенной рядом с электропроводящей средой, будет меньше, чем разность потенциалов U_2 в противоположной измерительной катушке №2. В отсутствие проводящей среды потенциалы на обеих катушках эквивалентны. Это явление используется для определения уровня электропроводящей среды.

Таким образом, основными измеряемыми сигналами датчика являются напряжения на измерительных катушках U_1 и U_2, а в качестве основной выходной характеристики – разность среднеквадратических значений напряжений ΔU:

$$\Delta U = U_{2_{RMS}} - U_{1_{RMS}}, \tag{1.1}$$

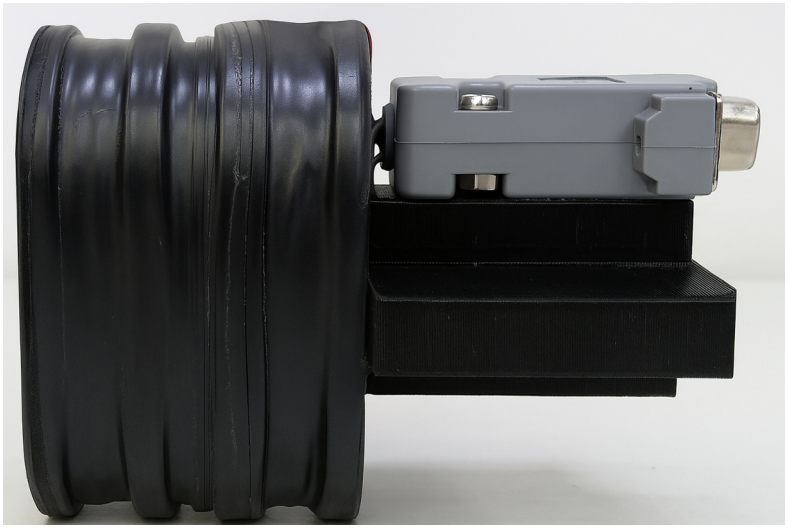
где $U_{1_{RMS}}$ и $U_{2_{RMS}}$ – действующее значение напряжения на первой и второй измерительной катушке соответственно.

Геометрические размеры генерирующей катушки напрямую влияют на пространственное распределение и интенсивность создаваемого ею магнитного поля. Например, увеличение радиуса катушки увеличивает размер области, где магнитное поле существенно отличается от нуля. Удлинение катушки приводит к более однородному распределению магнитного поля вдоль оси. Использование катушек не круглой формы а, например, овальной, приводит к «растягиванию» области действия магнитного поля вдоль длинной оси. Это может быть полезно при отслеживании уровня электропроводящей среды в заведомо известном диапазоне высот без изменения положения устройства в пространстве.

Чувствительность индукционного датчика будет зависеть от величины магнитного поля (а следовательно от числа витков, плотности намотки, сечения провода и конечно же тока, протекающего через обмотку), которое он способен создать генерирующей катушкой, а также от чувствительности измерительных катушек [9].

ИДУ изготовлен с помощью 3D принтера из АБС-пластика (см. рис. 1.2). Внешние размеры датчика без крепежного элемента составляют $72 \times 42 \times 46$ мм^3. Рабочая область датчика имеет форму овала (перпендикулярное центральной оси вертикальное сечение), что позволяет измерять уровень и амплитуду колебаний

(а)



(б)

Рис. 1.2. Модель ИДУ (а) и ее физическая реализация (б).

поверхности жидкого металла с максимальной чувствительностью для различных ориентаций датчика в пространстве (размах показаний до ~40 мм или до ~70 мм в зависимости от положения). Основные параметры датчика представлены в таблице 1.1.

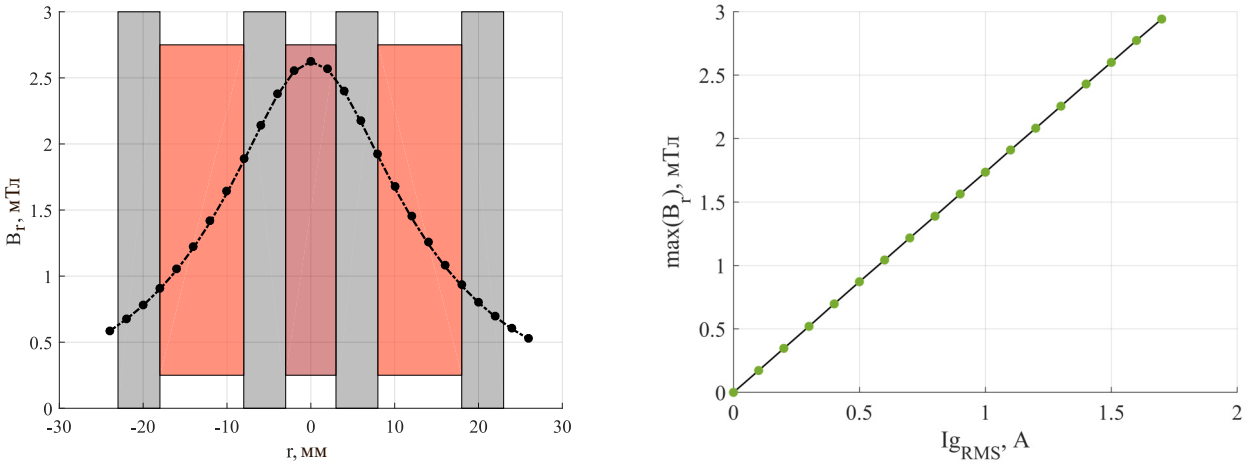
Для удобства подключения к измерительной системе, ИДУ оснащен D-sub разъемом DB-9F, к которому подключены генерирующая и измерительные катушки устройства. Данный разъем способен пропускать через себя ток до 5 А и обладает малым сопротивлением (~0.1 Ом).

Чувствительность датчика должна расти с увеличением частоты переменного тока, протекающего через генерирующую катушку устройства, поскольку ЭДС, возникающая в измерительных катушках датчика, с точностью до знака пропорциональна скорости изменения магнитного потока через поверхность, ограниченную этими катушками. Таким образом, чтобы увеличить чувствительность ИДУ, необходимо либо повышать частоту переменного тока на генерирующей катушке (которая ограничена сверху скин-эффектом), либо повышать величину магнитного поля. Последнее можно осуществить, увеличив ток, протекающий через генерирующую катушку, либо увеличив ее индуктивность.

Таблица 1.1. Параметры индукционного датчика уровня.

Параметр	Ген. катушка	Изм. катушка №1	Изм. катушка №2
Ширина каркаса, мм	6	10	10
Толщина каркаса, мм	12	12	12
Высота каркаса, мм	42	42	42
Сечение провода, мм^2	1.00	0.09	0.09
Число витков	50	~ 1300	~ 1300
Сопротивление, Ом	0.345	44.5	43.9
Индуктивность, мГн	0.120	48.9	48.8

Распределение среднеквадратичного значения индукции магнитного поля B_r вдоль оси датчика при токе на генерирующей катушке $I_g = 1.5$ А (см. рис. 1.3, а), измеренное с помощью тесламетра Lake Shore 460 3-channel Gaussmeter, показывает, что измерительные катушки находятся на линейных участках. Зависимость максимального значения индукции магнитного поля от тока, протекающего через генерирующую катушку датчика, показана на рисунке 1.3 (б). Чем больший ток



(а) (б)

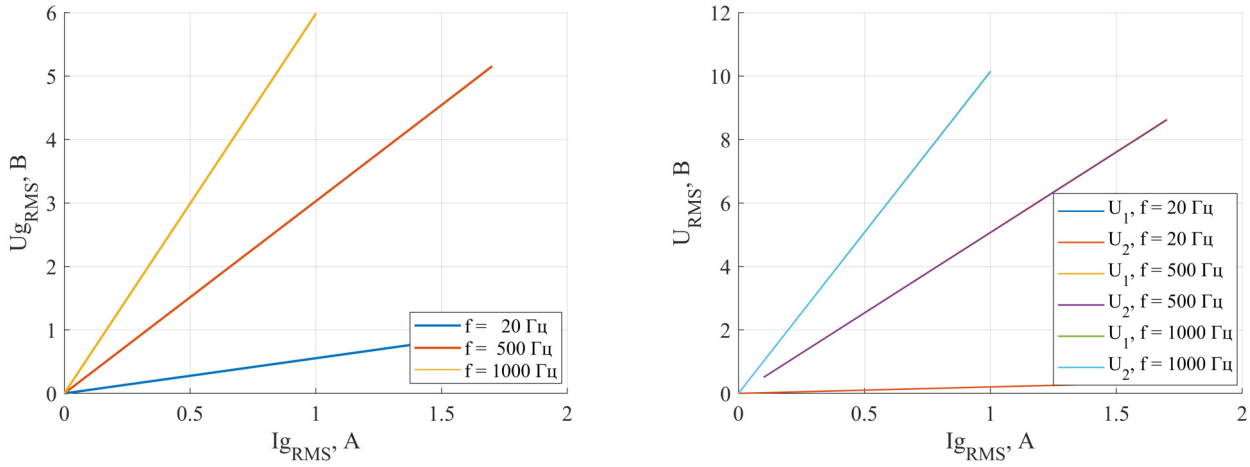
Рис. 1.3. Распределение среднеквадратичного значения индукции магнитного поля B_r вдоль оси датчика при $I_g = 1.5$ А и $f = 500$ Гц (а) и зависимость максимального среднеквадратичного значения индукции магнитного поля B_r вдоль оси датчика от тока на генерирующей катушке I_{gRMS} (б).

протекает по генерирующей катушке, тем более сильное магнитное поле создается датчиком.

Вольт-амперная характеристика генерирующей катушки для разных значений частоты переменного тока представлена на рисунке 1.4 (а). Видно, что зависимости являются линейными (в отсутствии ферромагнитных сердечников насыщения нет), причем угол наклона сильно зависит от частоты переменного тока. Аналогичной является зависимость наведенного напряжения на измерительных катушках от тока (см. рисунок 1.4, б). Следовательно, чтобы увеличить чувствительность датчика, необходимо повышать частоту переменного тока на генерирующей катушке. Но при повышении частоты уменьшается глубина проникновения электромагнитных волн в проводящую среду [134]. Толщина скин-слоя (глубина, на которой амплитуда колебаний уменьшается в e раз) определяется выражением:

$$\Delta = \sqrt{\frac{2}{\sigma \mu \omega}}, \tag{1.2}$$

где σ – удельная электрическая проводимость, $\mu = \mu_0 \mu_m$ – абсолютная магнитная проницаемость среды, μ_0 – магнитная проницаемость вакуума, μ_m – относительная магнитная проницаемость проводящей среды, ω – угловая частота.



(а) (б)

Рис. 1.4. Вольт-амперная характеристика генерирующей катушки датчика (а) и зависимость напряжения на измерительных катушках от тока на генерирующей катушке при различных значениях частоты переменного тока (б).

На рисунке 1.5 представлены зависимости толщины скин-слоя для некоторых проводящих сред при различных значениях частот. Видно, например, что толщина скин-слоя меньше 10 мм для алюминия при частотах свыше 70 Гц, в то время как для галлия при $f \geq 700$ Гц. Таким образом, повысить чувствительность ИДУ можно за счет повышения частоты до тех пределов, пока для заданной проводимости среды глубина проникновения электромагнитного воздействия достаточна для конкретной задачи.

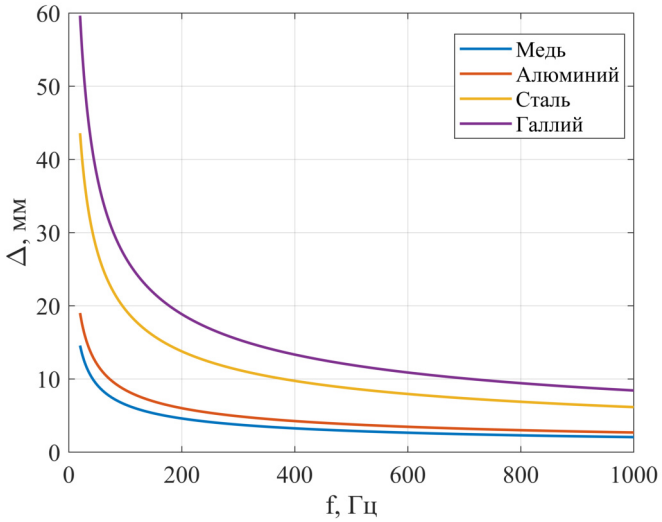


Рис. 1.5. Толщина скин-слоя в зависимости от частоты переменного электромагнитного поля для различных проводящих сред.

1.3. Измерение уровня электропроводной среды с помощью ИДУ

Исследование выходного сигнала датчика в задаче измерения уровня электропроводной среды осуществляется на экспериментальной установке, схема которой представлена на рисунке 1.6. Она состоит из проводящего дюралюминиевого цилиндра диаметром 172 мм и высотой 200 мм, параллельно боковой стенке которого располагается датчик уровня. Для точного позиционирования датчика, измерительная система размещается на микрометрических платформах, которые позволяют с точность 0.01 мм перемещать датчик вдоль трех взаимно перпендикулярных направлений на расстояния до 50.00 мм по каждой из осей.

Процесс оцифровывания измерений в эксперименте осуществляется с помощью плат сбора данных компании National Instruments. Генератор ГЗ-109 подключается к генерирующей катушке датчика и создает синусоидальный сигнал с $I_{g_{RMS}} = 1.5$ А. Регистрация и запись экспериментальных данных производится с помощью ПК и программного обеспечения LabView. Начало системы координат расположено на ребре дюралюминиевого цилиндра так, как это показано на рис. 1.6: ось z направлена вниз, ось r – влево.

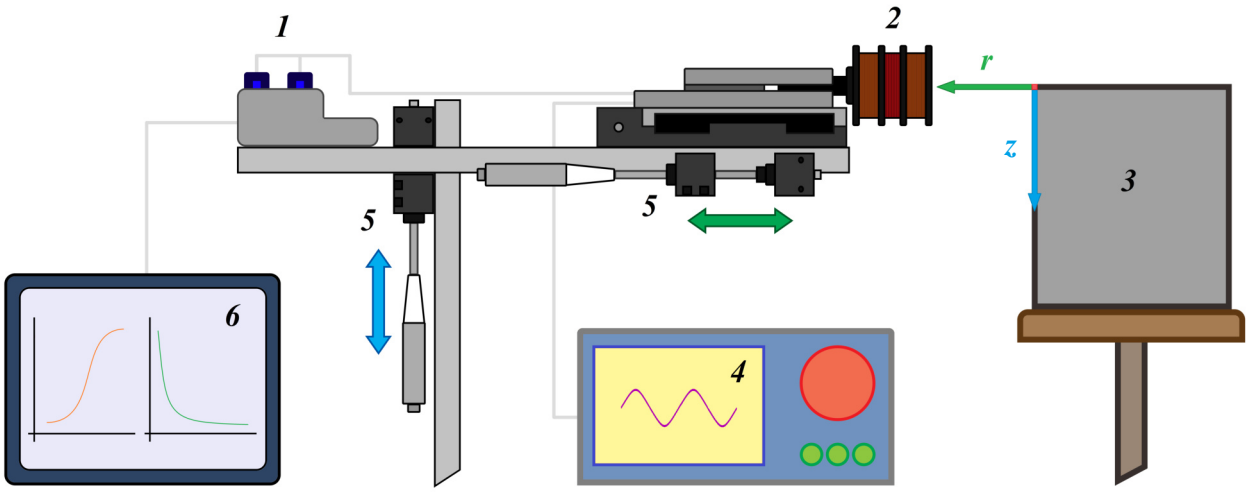


Рис. 1.6. Лабораторная установка: 1 – платы сбора данных, 2 – индукционный датчик уровня, 3 – дюралюминиевый цилиндр, 4 – генератор, 5 – микрометрические платформы, 6 – персональный компьютер.

Чувствительность и характеристики ИДУ исследуются путем варьирования частоты переменного тока в генерирующей катушке $f \in [20; 1000]$ Гц, а также путем изменения вертикального положения датчика и радиального расстояния между ним и проводящим цилиндром.

Исследование зависимости выходного сигнала датчика от расстояния между датчиком и электропроводящим цилиндром показало экспоненциальный спад амплитуды ΔU с увеличением r (см. рис. 1.7). Точками обозначены экспериментальные данные, цвет которых соответствует определенной частоте переменного тока. Черными линиями показаны аппроксимирующие функции, представляющие собой сумму двух экспонент следующего вида:

$$\Delta U(f,r) = \sum_{i=1}^{2} a_i(f) exp[-b_i(f)r], \tag{1.3}$$

где коэффициенты a_i и b_i являются функциями частоты переменного тока на генерирующей катушке и определяются с использованием метода наименьших квадратов (МНК).

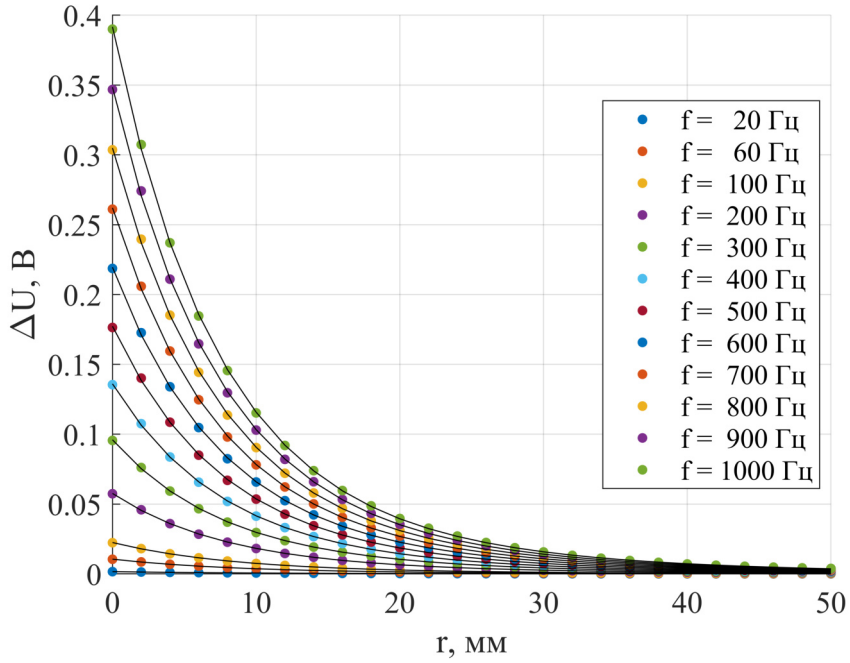


Рис. 1.7. Зависимость выходного сигнала датчика от расстояния между электропроводящим цилиндром и устройством.

Анализ результатов показывает, что увеличение частоты переменного тока на генерирующей катушке увеличивает чувствительность прибора. Необходимо контролировать расстояние между датчиком и проводящей средой, поскольку даже небольшое изменение расстояния значительно уменьшает чувствительность (уровень выходного сигнала) датчика.

На рисунке 1.8 показаны зависимости параметра ΔU от высоты z при $r = 0$ мм для различных частот переменного тока. При $z = 0$ проходит реальная граница электропроводной среды. Точками обозначены экспериментальные данные, а черными линиями показаны аппроксимирующие функции, представляющие собой сумму двух сигмоид следующего вида:

$$\Delta U(f,z) = d(f) + \sum_{i=1}^{2} a_i(f) erf\left[\frac{z - b_i(f)}{c_i(f)}\right], \tag{1.4}$$

$$erf[z] = \frac{2}{\pi}\int_0^z exp\left(-t^2\right) dt, \tag{1.5}$$

где коэффициенты a_i, b_i, c_i и d являются функциями частоты переменного тока на генерирующей катушке и определяются с помощью МНК.

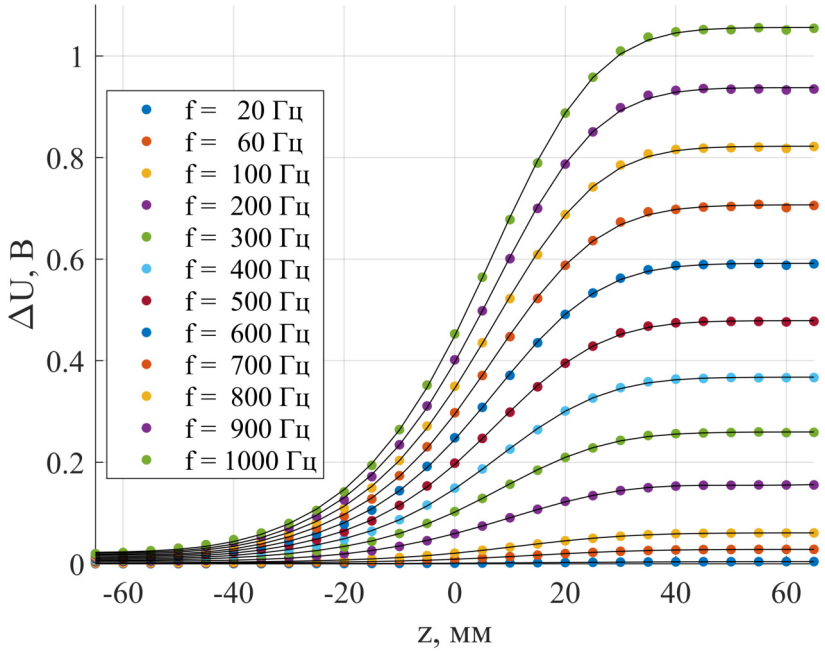
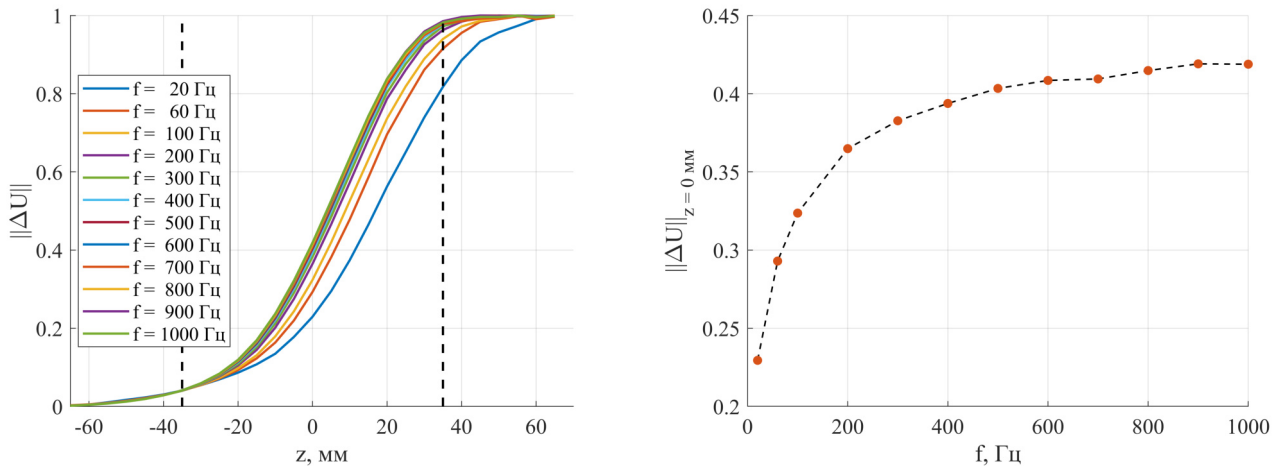


Рис. 1.8. Зависимость выходного сигнала датчика от высоты при $r = 0$ мм.

Увеличение частоты переменного тока на генерирующей катушке увеличивает уровень выходного сигнала датчика. Для оценки влияния частоты на вид $\Delta U(z)$ вводится нормированная функция $||\Delta U(z)||$, которая принимает значение 1, когда около датчика располагается электропроводящая среда, и значение 0 в противном случае, то есть

$$||\Delta U(z)|| = \frac{\Delta U(z) - min(\Delta U(z))}{max(\Delta U(z)) - min(\Delta U(z))}. \tag{1.6}$$

Графики зависимости $||\Delta U(z)||$, а также $||\Delta U(f)||_{z=0}$ представлена на рисунке 1.9. Можно заметить, что при уменьшении частоты переменного тока ширина переходного участка увеличивается. При частоте более 400 Гц, кривые не отклоняются друг от друга более чем на 5% и хорошо могут быть аппроксимированы линейной функцией при $z \in [-15; 15]$ мм (~ полувысоте датчика).



(а) (б)

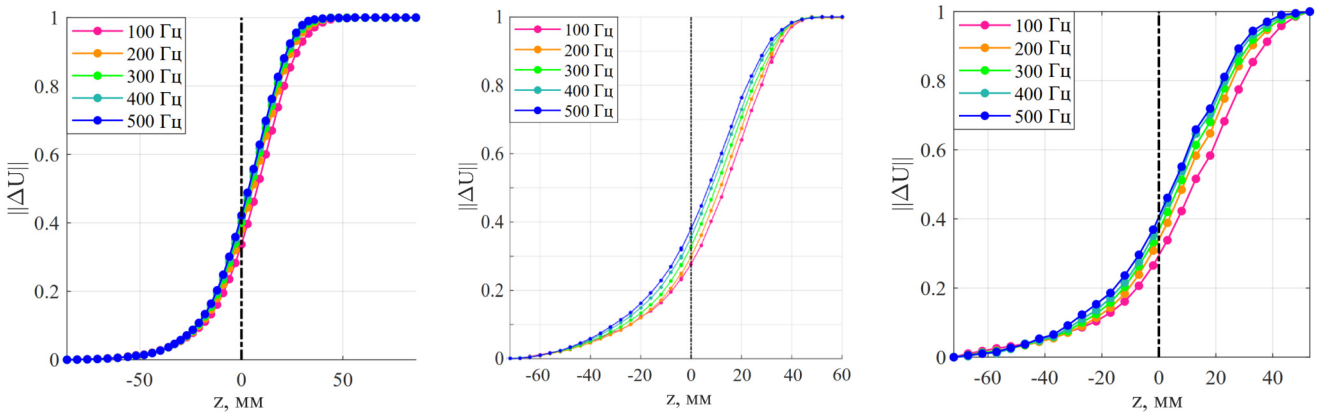
Рис. 1.9. Нормированная зависимость выходного сигнала датчика от высоты (а) и распределение выходного сигнала на границе электропроводной среды от частоты тока (б).

Представленный выше ИДУ изготовлен из АБС-пластика (акрилонитрилбутадиенстирола) и обладает относительно широким диапазоном эксплуатационных температур (от -40 °C до +90 °C), что позволяет применять его в лабораторных условиях и для измерений уровня низкотемпературных сплавов, таких как галлий и его сплавы, сплавы Вуда и Липовица, ртуть, цезий, различные эвтектические сплавы и т.п. Использование же разработанного датчика в реальных промышленных условиях затруднительно, ввиду низкой теплостойкости. Поэтому был спроектирован и изготовлен аналогичный ИДУ из стеклотекстолита ВФТ-С (см. рис. 1.10). Он применяется в качестве термостойкого, влагостойкого, высокопрочного, трудногорючего, конструкционного и электроизоляционного материала для изготовления высоконагруженных деталей и различных изделий, способных длительно эксплуатироваться без потери свойств при температурах свыше 200 °C: длительная работа при температуре 350 °C, кратковременно – до 1000 °C. Из данного материала

Рис. 1.10. Теплостойкий образец бесконтактного индукционного датчика уровня.

изготовлен не только каркас датчика, но и защитный кожух. Измерительные и генерирующая катушки намотаны высокотемпературным полиэфирным эмалированным медным проводом ПЭТВ-2 с эксплуатационными температурами от -60 °С до +200 °С включительно.

На рисунках 1.11-1.12 представлены графики нормированных зависимостей $||\Delta U(z)||$ и $||\Delta U(f)||_{z=0}$, полученные с помощью теплостойкого ИДУ для твердого дюралюминиевого цилиндра, а также для жидкого галлиевого сплава и расплав-



(а) (б) (в)

Рис. 1.11. Нормированная зависимость выходного сигнала теплостойкого ИДУ от высоты для дюралюминиевого цилиндра (а) и помещенных в цилиндрические емкости жидкого галлиевого сплава (б) и расплавленного натрия (в).

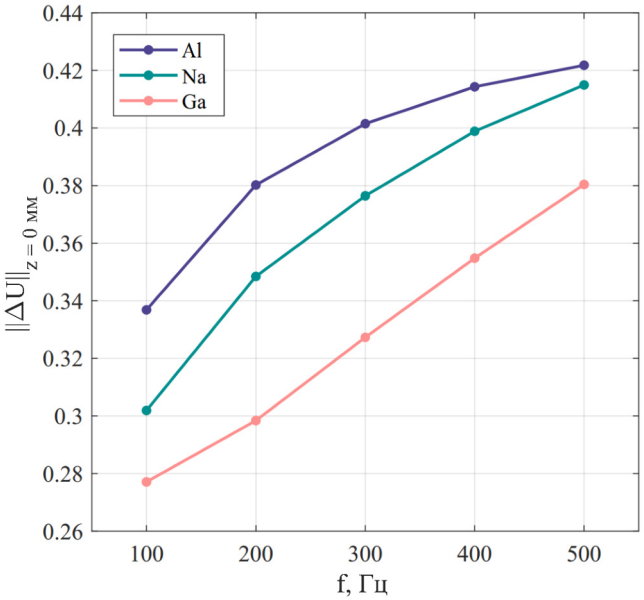


Рис. 1.12. Распределение выходного сигнала ИДУ на границе электропроводной среды от частоты тока для различных электропроводных сред: дюралюминиевый цилиндр, помещенные в цилиндрические емкости из нержавеющей стали расплавленный натрий и галлиевый сплав.

ленного натрия (при $T > 98$ °C), помещенных в цилиндрические емкости из нержавеющей стали радиусом 100 мм и с толщиной стенки 5 мм. Видно, что на границе электропроводной среды уровень нормированного выходного сигнала ИДУ растет с увеличением частоты переменного тока на генерирующей катушке. При этом зависимости $||\Delta U(f)||_{z=0}$ не ложатся на одну кривую, что возможно связано с различными электропроводностями как дюралюминия ($\sigma_{Al} = 25.0$ МСм/м), натрия ($\sigma_{Na} = 20.9$ МСм/м) и галлия ($\sigma_{Ga} = 3.56$ МСм/м), а также с наличием нержавеющей электропроводящей стенки ($\sigma_{St} = 0.72$ МСм/м) в случае жидких металлов.

1.4. Измерение нестационарных границ с помощью ИДУ

Исследование выходного сигнала датчика в задаче измерения нестационарной поверхности электропроводящей среды осуществляется на экспериментальной установке, схема которой представлена на рисунке 1.13. Она состоит из сплошного дюралюминиевого цилиндра со скошенной верхней поверхностью, который служит

моделью колеблющейся свободной поверхности жидкого металла. Угол скоса составляет 45 градусов. Цилиндр установлен на платформе, которая соединена с электродвигателем. Напротив цилиндра соосно с радиальной осью на высоте середины скоса установлен индукционный датчик уровня.

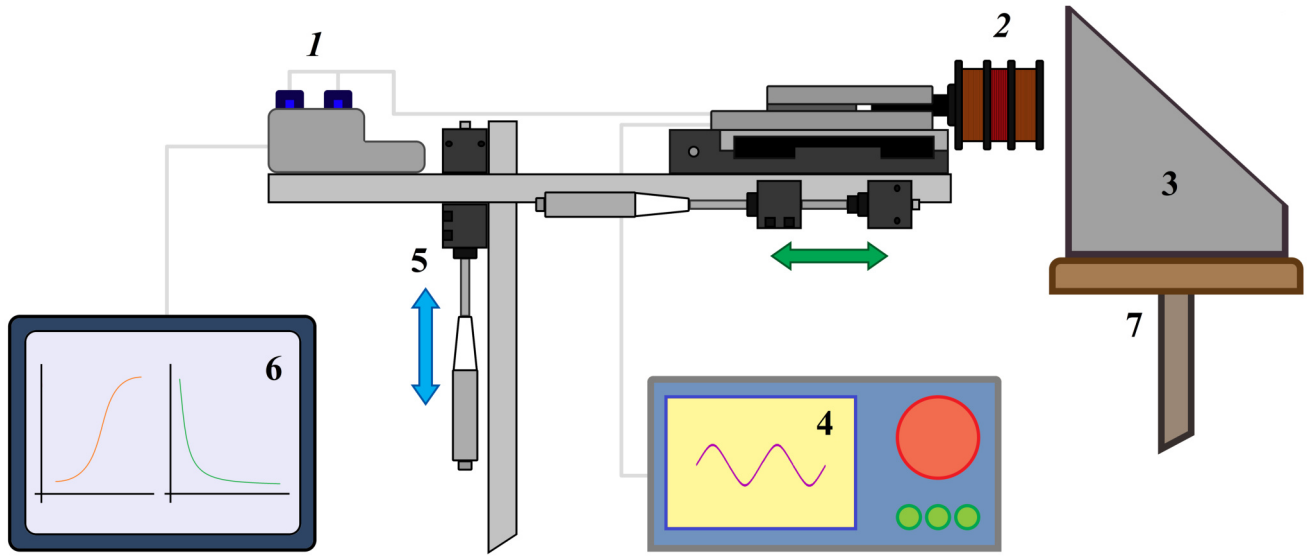


Рис. 1.13. Схема экспериментальной установки: 1 – платы сбора данных National Instruments; 2 – индукционный датчик уровня (ИДУ); 3 – дюралюминиевый цилиндр со скошенной верхней поверхностью; 4 – генератор синусоидального сигнала; 5 – микрометрические платформы; 6 – компьютер с системой LabView; 7 – вращающаяся платформа.

Измерение выходного сигнала датчика на стационарной искривленной границе при заданном угле поворота цилиндра позволяет получить калибровочные кривые – связь между выходным сигналом ИДУ и углом поворота (см. рис. 1.14). При обработке выходного сигнала датчика в задаче непрерывного контроля за границей электропроводной среды встает вопрос о выборе ширины временного окна, внутри которого происходит вычисление сигнала $\Delta U(t_i)$ по формуле (1.8). Для корректного вычисления RMS (Root Mean Square – среднее квадратическое значение), необходимо, чтобы в выбранное временное окно входило такое количество измеренных дискретных точек, которое описывало бы целое число периодов колебаний сигнала (см. рис. 1.15). В данном случае стоит соблюдать баланс между частотой сбора данных с ИДУ, частотой переменного тока на генерирующей

катушке датчика, шириной временного окна вычисления сигнала $\Delta U(t_i)$ и ожидаемой частотой колебаний поверхности электропроводной среды, учитывая теорему Котельникова [135].

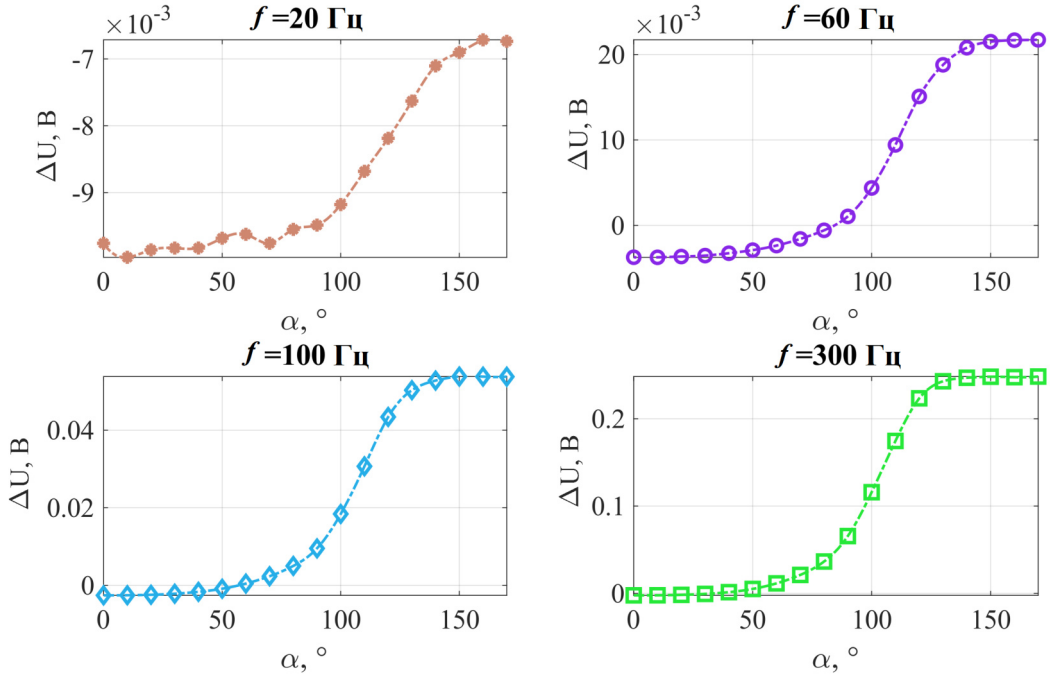


Рис. 1.14. Выходной сигнал датчика при разных углах поворота скошенного цилиндра для различных частот переменного тока на генерирующей катушке.

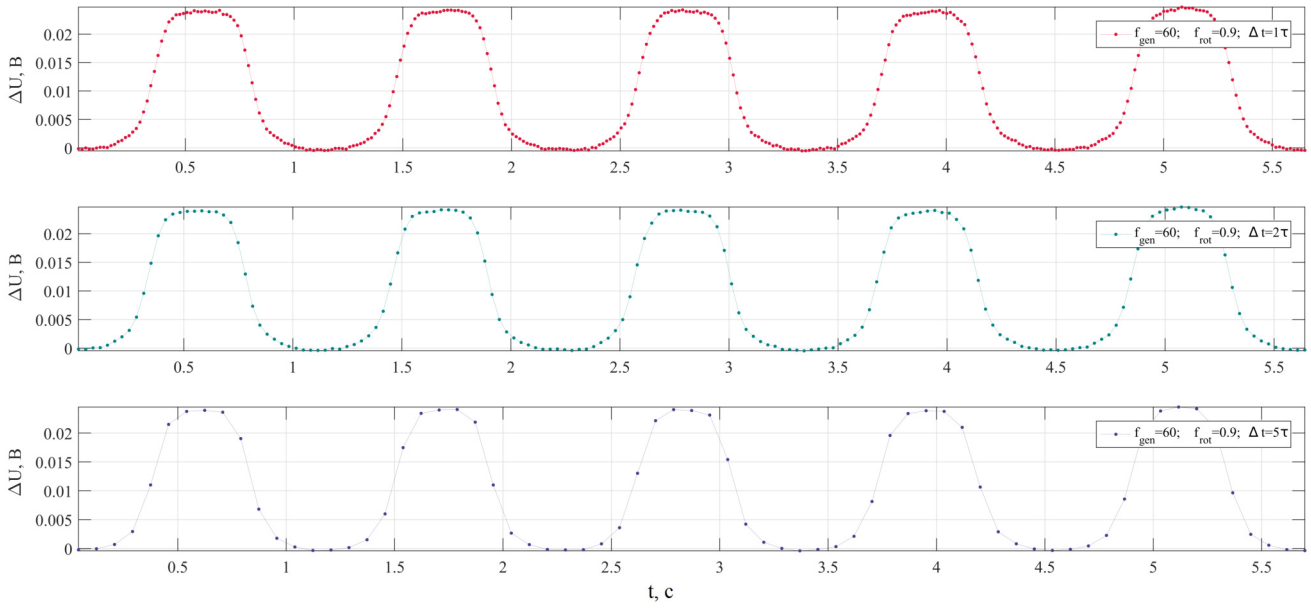


Рис. 1.15. Выходной сигнал ИДУ при частоте вращения цилиндра f_{rot} = 0.9 Гц для различных размеров окна вычисления $\Delta U(t_i)$: один период (сверху), два периода (по центру), пять периодов (снизу).

Были проведены измерения сигналов ИДУ для вращающегося цилиндра со скошенной верхней границей (см. рис. 1.16) для разных частот переменного тока, питающего генерирующую катушку, и различных частот вращения цилиндра $f_{rot} \in [0.6; 1.2]$ Гц. На основе полученного семейства калибровочных кривых можно определить азимутальный угол, на который был повернут цилиндр со скошенной внешней границей в конкретный момент времени. Разработанная методика может быть применена для измерения частоты колебания свободной границы жидкого металла, используя, например, дискретное преобразование Фурье.

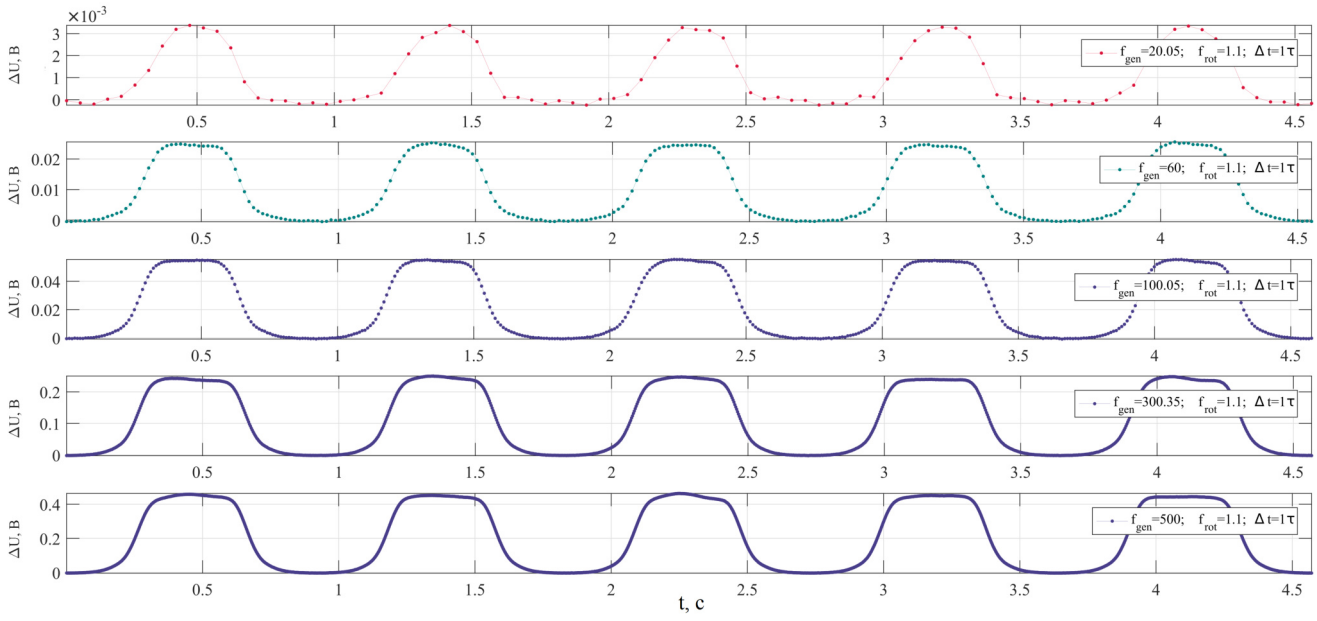


Рис. 1.16. Выходной сигнал ИДУ для разных частот переменного тока (частота вращения цилиндра $f_{rot} = 1.1$ Гц, окно вычисления ΔU равно одному периоду колебаний напряжения на измерительных катушках).

Для регистрации поверхностной неустойчивости жидкого металла была создана измерительная система из восьми индукционных датчиков уровня (ИДУ), тестирование которой также было выполнено с помощью вращающегося металлического цилиндра со скошенной верхней поверхностью (см. рис. 1.17). На данной системе была проведена доработка и отладка программы мониторинга (в реальном времени) за колеблющейся поверхностью электропроводящей среды с целью получения достаточной информации о положении поверхности в каждый момент времени.

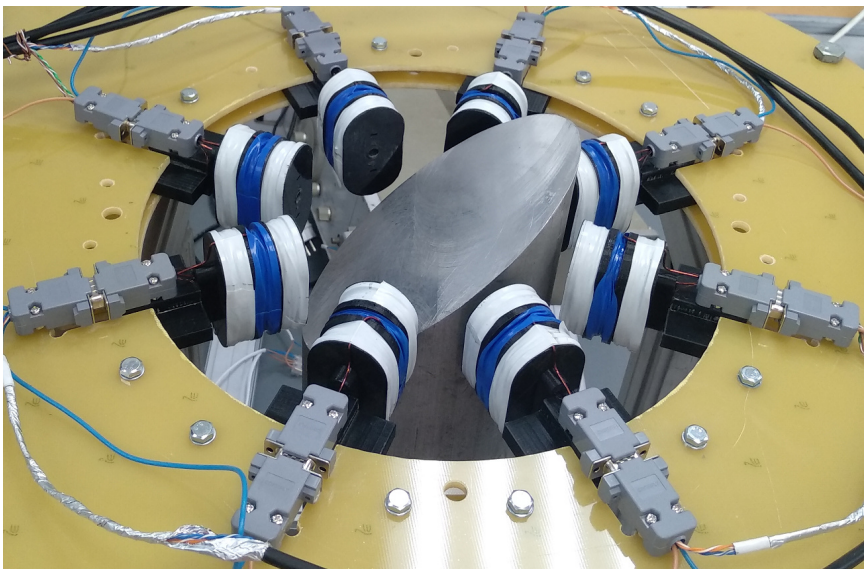


Рис. 1.17. Экспериментальная установка для тестирования индукционной измерительной системы, состоящей из восьми ИДУ и вращающегося металлического цилиндра со скошенной верхней поверхностью.

1.5. Определение положения фронта кристаллизации с помощью ИДУ

Разработанный индукционный датчик уровня можно использовать как инструмент для исследования процессов фазовых превращений в металлических расплавах. В частности, для определения положения фронта и темпа кристаллизации жидкого металла в силу существенных различий электропроводностей металлов в жидкой и твердой фазах.

Экспериментальная установка (см. рис. 1.18) состоит из управляемой подвижки, на каретке которой размещен индукционный датчик. Движение каретки осуществляется за счет дистанционно управляемого сервопривода вдоль стенки кюветы, заполненной металлическим расплавом. На торцах кюветы расположены медные теплообменники, задающие горизонтальный градиент температуры в слое, определяющий процесс направленной кристаллизации.

Рабочая полость кюветы представляет собой прямоугольный параллелепипед и имеет размеры $420 \times 20 \times 100$ мм^3. Полость заполнена эвтектическим сплавом $Ga_{86.3}Zn_{10.8}Sn_{2.9}$ (вес. %). Физические свойства сплава при комнатной температуре:

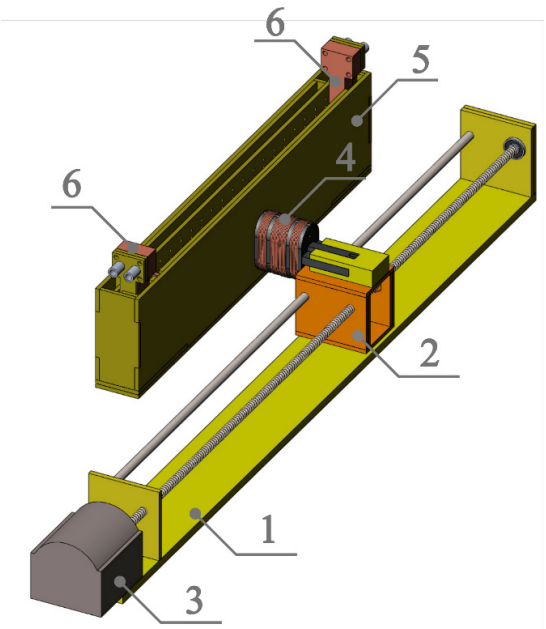


Рис. 1.18. Схема экспериментальной установки: 1 – дистанционно управляемая подвижка, 2 – каретка подвижки, 3 – двигатель подвижки, 4 – индукционный датчик, 5 – канал, заполненный рабочим металлом, 6 – теплообменники.

коэффициент объемного теплового расширения $9.63 \cdot 10^{-5}$ 1/K, скорость звука в среде 2870 м/с, температура плавления сплава +17 °C (остальные свойства были представлены ранее на стр. 13).

Торцевые теплообменники создают в слое горизонтальный градиент температуры 100 К/м. Нагреватель оборудован пазами для установки датчиков ультразвукового доплеровского анемометра (УДА) DOP 5000, Signal Processing, Switzerland [136]. Пять датчиков УДА расположены вертикально друг над другом для измерения положения границы кристаллизовавшегося металла.

ИДУ позволяет косвенно измерять величину электропроводности сред, но требует калибровки, поскольку как абсолютные значения напряжений, так и их разность зависят не только от электропроводности исследуемого вещества, но так же от его формы (при постоянных величинах силы и частоты питающего генерирующую катушку тока). В более общем виде можно сказать, что величина разности напряжений на измерительных катушках определяется эффективной электропроводностью объема, охватываемого магнитным полем генерирующей катушки.

В ходе эксперимента происходит направленная кристаллизация металлического расплава вдоль слоя. При этом производятся измерения положения фронта кристаллизации при помощи датчиков УДА по ранее разработанной методике [137]. Параллельно выполнялись измерения при помощи ИДУ.

Характерный пространственный профиль разности действующих значений напряжений на измерительных катушках индукционного датчика представляет собой два участка плато, соответствующих прохождению датчика вдоль участков с жидкой и твердой фазами металла (см. рис. 1.19). Одиночный пик на начальном участке профиля соответствует прохождению датчика вдоль области расположения медной пластины с датчиками УДА.

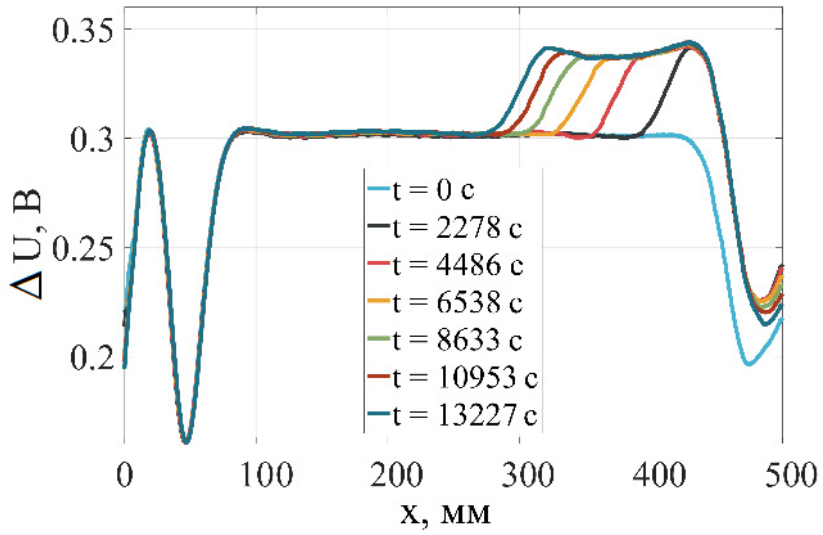


Рис. 1.19. Пространственные профили разности действующих значений напряжений в измерительных катушках ИДУ в разные моменты времени.

По всей видимости, снижение ΔU практически до нулевых значений в области $x = 50$ мм связано с плохим электрическим контактом между медной пластиной и жидким галлиевым сплавом, что приводит к изменению условий возникновения вихревых электрических токов и генерации соответствующих магнитных полей. Аналогичная ситуация наблюдается и в области профиля при $x > 450$ мм, где снижение ΔU может быть обусловлено ухудшением электрического контакта между рабочей средой и охлаждающим теплообменником.

Получение пространственного профиля ΔU осуществлялось путем перемещения индукционного датчика вдоль слоя на подвижке. Время полного прохождения слоя датчиком не превышало 50 секунд.

Частота сбора данных составляла 25 кГц, а вычисление действующего значения производилось по 1000 точек. В силу малой скорости кристаллизации металла (порядка долей мм/с) изменением положения фронта кристаллизации за время измерения можно пренебречь.

Приведенные на рис. 1.19 профили разности напряжений демонстрируют увеличение второго участка плато (в правой части графика) с течением времени по мере продвижения фронта кристаллизации и увеличение объема твердой фазы.

Поскольку в эксперименте жидкий метал претерпевает фазовый переход первого рода, то на границе раздела фаз происходит скачкообразное изменение главных параметров среды, в том числе и электропроводности. По аналогии с подходом Ван-дер-Ваальса [138] для выражения профиля плотности на границе раздела фаз, можно представить профиль электропроводности среды на границе раздела в виде:

$$\sigma(x) = \frac{\sigma_s + \sigma_f}{2} + \frac{\sigma_s - \sigma_f}{2} \tanh\left(\frac{2x}{D}\right), \tag{1.7}$$

где σ_s и σ_f – электропроводность твердой и жидкой фазы сплава соответственно, D – толщина слоя межфазного перехода ($x = 0$ – граница раздела фаз).

Так как в ходе выполнения эксперимента определяется разность напряжений на измерительных катушках, которая характеризует эффективную электропроводность, то можно написать

$$\Delta U(x) = \frac{\Delta U_s + \Delta U_f}{2} + \frac{\Delta U_s - \Delta U_f}{2} \tanh\left(\frac{2(x - x_0)}{D}\right), \tag{1.8}$$

где ΔU_s и ΔU_f – разность напряжений для твердой и жидкой фазы сплава соответственно, x_0 – координата границы раздела фаз.

Как видно из рис.1.20, предложенная выше зависимость $\Delta U(x)$ хорошо аппроксимирует экспериментальные данные. При $x = x_0$ получаем значение ΔU на границе раздела твердой и жидкой фаз, которое определяется соотношением:

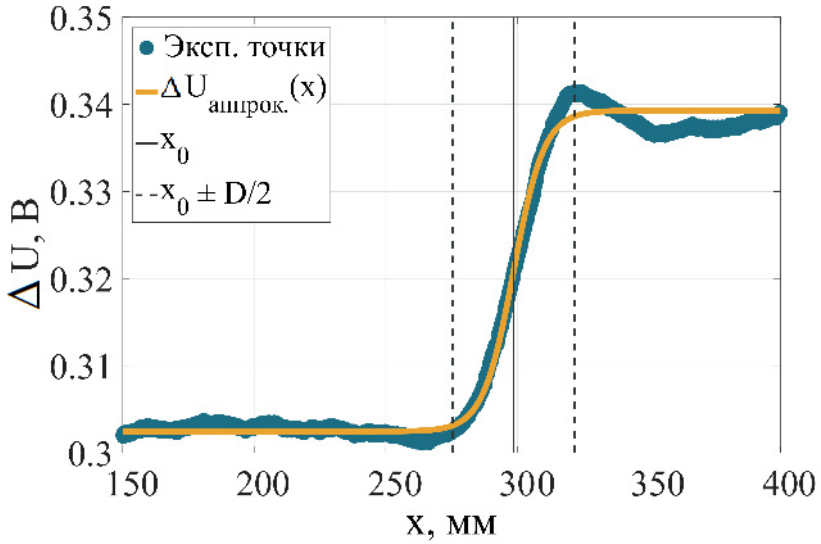


Рис. 1.20. Характерный профиль разности ЭДС в измерительных катушек индукционного датчика и его аппроксимация аналитической кривой.

$$\Delta U(x_0) = \frac{\Delta U_s + \Delta U_f}{2}. \tag{1.9}$$

Представленные на рис.1.20 вспомогательные вертикальные линии наглядно иллюстрируют физический смысл параметров x_0 и D.

Используя описанную математическую модель, возможно получить временную картину кристаллизации, измеренную индукционным методом. На рис. 1.21 приведено изменение положения фронта кристаллизации в различные моменты времени по данным УДА и ИДУ. Синими точками отмечены показания пяти независимых датчиков УДА, черным – кривая, полученная осреднением по данным пяти датчиков в каждый конкретный момент времени. Красная кривая отображает положение фронта кристаллизации по показаниям ИДУ. Осреднение данных УДА было проведено для более корректного сравнения результатов измерений, поскольку индукционный датчик является интегральным в том смысле, что его эффективная область измерений сопоставима с высотой слоя металла. Тем не менее, как видно из рис. 1.21, наблюдается хорошее согласие результатов измерений двумя методами. Относительное отклонение показаний ИДУ в сравнении с показаниями УДА не превышает 4% [139].

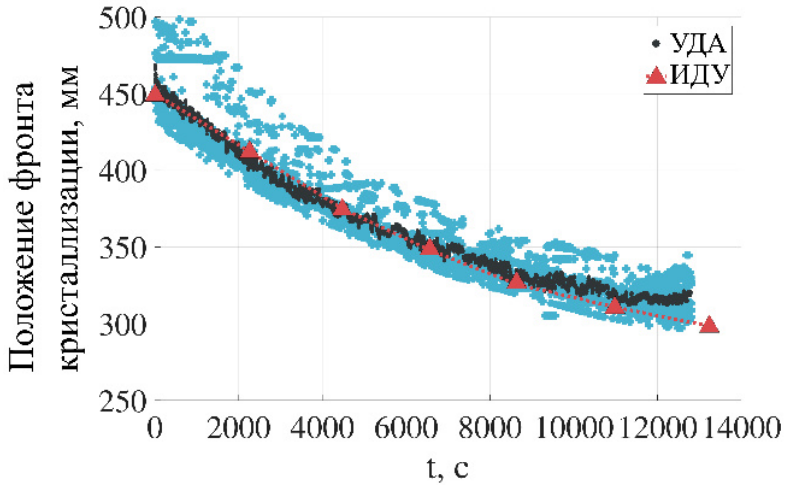


Рис. 1.21. Положение фронта кристаллизации по данным УДА и ИДУ.

1.6. Выводы по главе

Разработан, исследован и изготовлен индукционный датчик уровня (ИДУ) для измерения характеристик колебаний свободной поверхности металла.

Проведено экспериментальное изучение основных характеристик ИДУ. Получена вольт-амперная характеристика генерирующей катушки датчика, определены зависимости наведенного напряжения на измерительных катушках от величины и частоты тока в генерирующей катушке. Определено, что для увеличения чувствительности датчика необходимо повышать частоту переменного тока на генерирующей катушке с учетом толщины скин-слоя электропроводящей среды.

Собраны экспериментальные установки для изучения влияния входного сигнала датчика на его чувствительность. Построены зависимости выходного сигнала датчика от расстояния между последним и электропроводящим цилиндром, а также зависимости выходного сигнала датчика при изменении его положения по вертикали относительно электропроводящего цилиндра для различных значений частоты переменного тока. Вычислены аппроксимирующие функции, которые с погрешностью, не превышающей 1%, описывают экспериментальные данные. Обнаружено, что необходимо точно контролировать расстояние между датчиком и проводящей средой, поскольку даже небольшое смещение датчика в 1 мм изменяет показания вплоть до 7%.

Исследовано поведение выходного сигнала ИДУ на нестационарной электропроводной среде, которая представляла собой вращающийся относительно вертикальной оси дюралюминиевый цилиндр со скошенной верхней гранью. Разработана методика для измерения частоты колебания свободной границы жидкого металла.

Апробирован ИДУ в задаче измерения положения границы раздела жидкой и твердой фаз металла в процессе направленной кристаллизации. Относительное отклонение показаний ИДУ в сравнении с показаниями ультразвукового доплеровского анемометра не превышает 4%.

ГЛАВА 2

ЭЛЕКТРОВИХРЕВОЕ ТЕЧЕНИЕ ЖИДКОГО МЕТАЛЛА В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЯЧЕЙКЕ В ОТСУТСТВИИ И ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВНЕШНЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

2.1. Введение и постановка задачи

Электровихревые течения (ЭВТ) возникают в электропроводящих жидкостях в результате взаимодействия электрического тока, протекающего через среду, с собственным магнитным полем [70]. Эти течения играют ключевую роль в ряде инженерных приложений, включая электродуговые печи [88–90], электромагнитные насосы [91, 92] и жидкометаллические батареи (ЖМБ) [65, 67, 68, 93–95], где они могут как способствовать перемешиванию, так и вызывать нежелательные неустойчивости. Классические модельные задачи для изучения ЭВТ проводились в осесимметричных ячейках с электродами, размещенным на оси симметрии. Особенно актуальна цилиндрическая геометрия, которая широко использовалась еще в ранних экспериментах [96, 97] и сегодня активно применяется, в частности, при исследовании и разработке ЖМБ [58, 59, 66, 85, 98, 99].

В рамках данной главы рассматривается задача о течении, возникающем в заполненной жидким металлом цилиндрической ячейке, через которую протекает постоянный электрический ток, а сама ячейка подвергается воздействию вертикального постоянного магнитного поля (см. рис. 2.1). Плотность электрического тока расходится от центрального электрода, расположенного на дне ячейки, и создает собственное магнитное поле. Взаимодействие этого поля с током приводит к возникновению полоидальной силы Лоренца, которая и формирует ЭВТ. Роль второго электрода в рассматриваемой постановке играет боковая стенка ячейки.

Обычно второй токоподводящий электрод находится в верхней области ячейки, но в настоящей работе отдается предпочтение боковому электроду, поскольку он позволяет рассматривать как твердую, так и свободную верхнюю границу, используя электроды одинаковой геометрии.

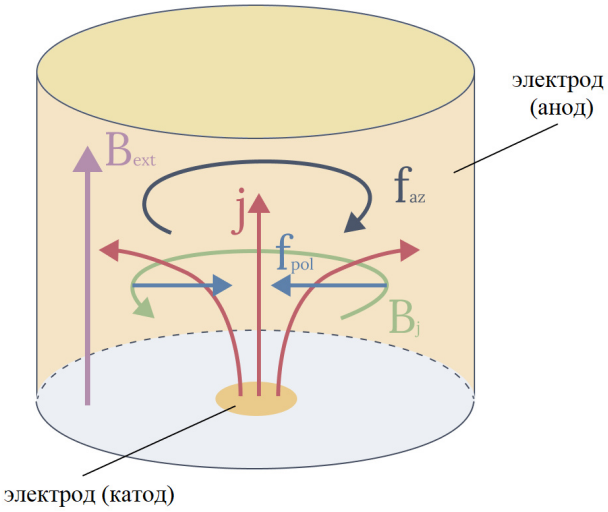


Рис. 2.1. Схематическая постановка задачи: цилиндрическая ячейка в вертикальном постоянном магнитном поле, заполненная жидким металлом, через который протекает постоянный электрический ток.

В рассматриваемой конфигурации возникающее электровихревое течение обладает исключительно полоидальной структурой, то есть представлено лишь вертикальной и радиальной компонентами скорости. Наложении внешнего вертикального магнитного поля приводит к возникновению азимутальной силы Лоренца, которая закручивает течение. Эксперименты в полусферической полости показали, что даже магнитное поле Земли способно создать интенсивное азимутальное вращение [140], которое может подавлять ЭВТ за счет подкачки Экмана [86]. Таким образом, вариация в эксперименте как величины тока, так и магнитного поля дает возможность изменять интенсивность и структуру возникающих в ячейке течений.

2.2. Экспериментальная установка

Экспериментальная установка для изучения ЭВТ представляет собой цилиндрическую ячейку (см. рис. 2.2). Боковая стенка ячейки изготовлена из нержавеющей стали толщиной 5 мм, имеет высоту 300 мм и внутренний радиус $R = 100$ мм. Для достижения хорошего электрического контакта с жидким металлом внутренняя поверхность ячейки залужена. Дно ячейки изготовлено из оргстекла толщиной 20 мм и имеет специальные пазы для установки датчиков скорости ультразвукового доплеровского анемометра (УДА). В центральной части дна (на оси ячейки) расположен электрод (катод). Он представляет собой цилиндрический медный стержень радиусом 15 мм с залуженным концом, который зажат в дне ячейки бронзовой муфтой. Медная трубка соосно расположена вокруг электрода и электрически соединена со стенкой ячейки медными перемычками (анод). Ток подводится к концам медного стержня и трубки, что позволяет компенсировать магнитные поля от токоподводов.

Ячейка частично заполнена жидким сплавом галлия $Ga_{86.3}Zn_{10.8}Sn_{2.9}$ (мас.%). Его основные физические свойства при комнатной температуре были представлены ранее (см. стр. 13). Поверхность сплава покрывается слоем раствора изопропилового спирта (97 мас.%) с концентрированной соляной кислотой (3 мас.%), толщиной не более 1 мм. Такая среда эффективно изолирует поверхность металла от кислорода и способствует растворению всплывающих оксидов галлия. В невозмущенном состоянии высота слоя жидкого металла составляет $H_0 = 100$ мм. Ячейка помещена между катушками Гельмгольца, которые создают однородное вертикальное магнитное поле в области, где находится жидкий металл. Восемь датчиков УДА распределены по плоскости дна и измеряют профили вертикальной компоненты скорости и положение границы слоя жидкого металла. Датчики размещаются в специальных удерживающих пазах и находятся на одинаковом расстоянии от оси ячейки $r = 90$ мм под равными углами. Индукционный датчик уровня (ИДУ) расположен вплотную к ячейке таким образом, что ось датчика

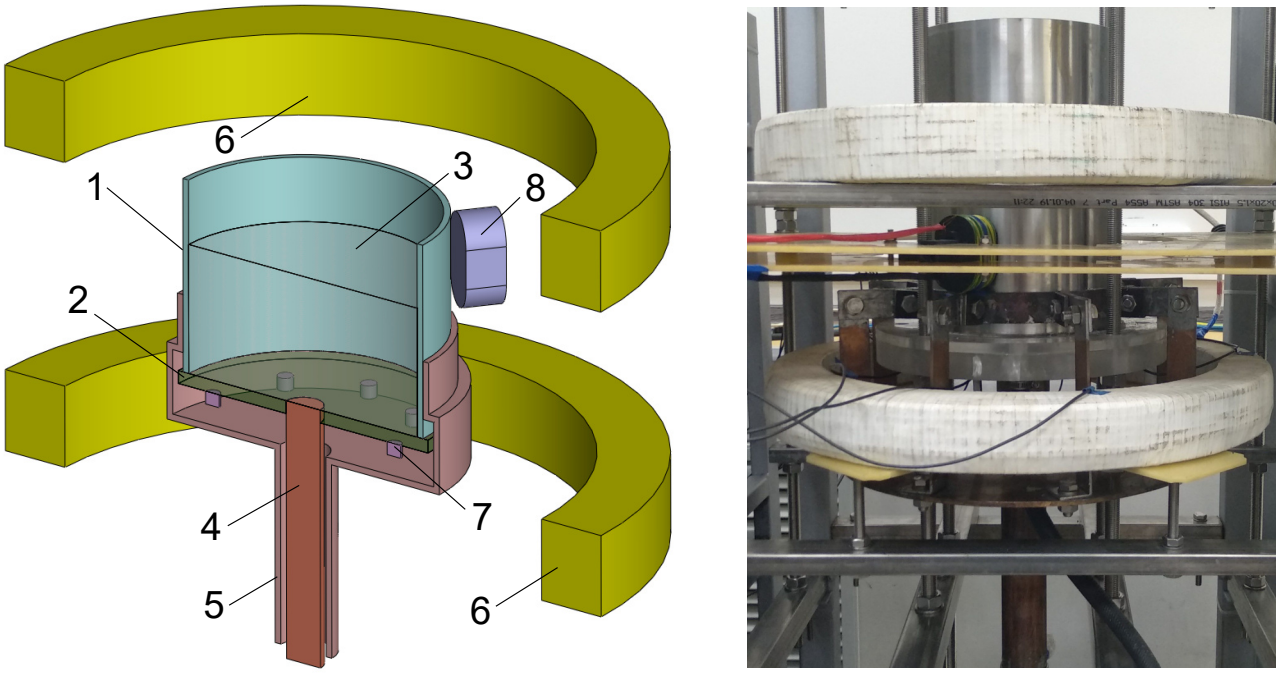


Рис. 2.2. Фотография (справа) и схема (слева) экспериментальной установки для изучения ЭВТ со свободной поверхностью: 1 – боковая стенка цилиндрической ячейки из нержавеющей стали; 2 – дно ячейки из органического стекла; 3 – жидкий металл; 4 – центральный медный электрод (катод); 5 – внешний медный электрод (анод); 6 – катушки Гельмгольца; 7 – датчики ультразвукового доплеровского анемометра; 8 – индукционный датчик уровня.

находится на уровне жидкости в невозмущенном состоянии. Питание установки осуществляется от трехфазного лабораторного трансформатора, подключенного к выпрямителю. Максимальное значение электрического тока в ячейке $I = 1200$ А. Катушки Гельмгольца подключаются к источнику постоянного тока.

Описанная выше экспериментальная установка является достаточно универсальной и позволяет изучать как течения со свободной верхней поверхностью, так и с твердой границей (см. рис. 2.3). В настоящей главе представлены результаты исследований для следующих модификаций установки:

1. ячейка со свободной верхней границей, изменение уровня поверхности измеряются ИДУ;

2. ячейка с твердыми границами (верхняя часть рабочей полости закрывается плексигласовой крышкой) и высотой боковой стенки $H = 100$ мм (равной уровню галлиевого сплава);

3. ячейка с твердыми границами и полностью вдвинутым внутрь слоя центральным медным электродом.

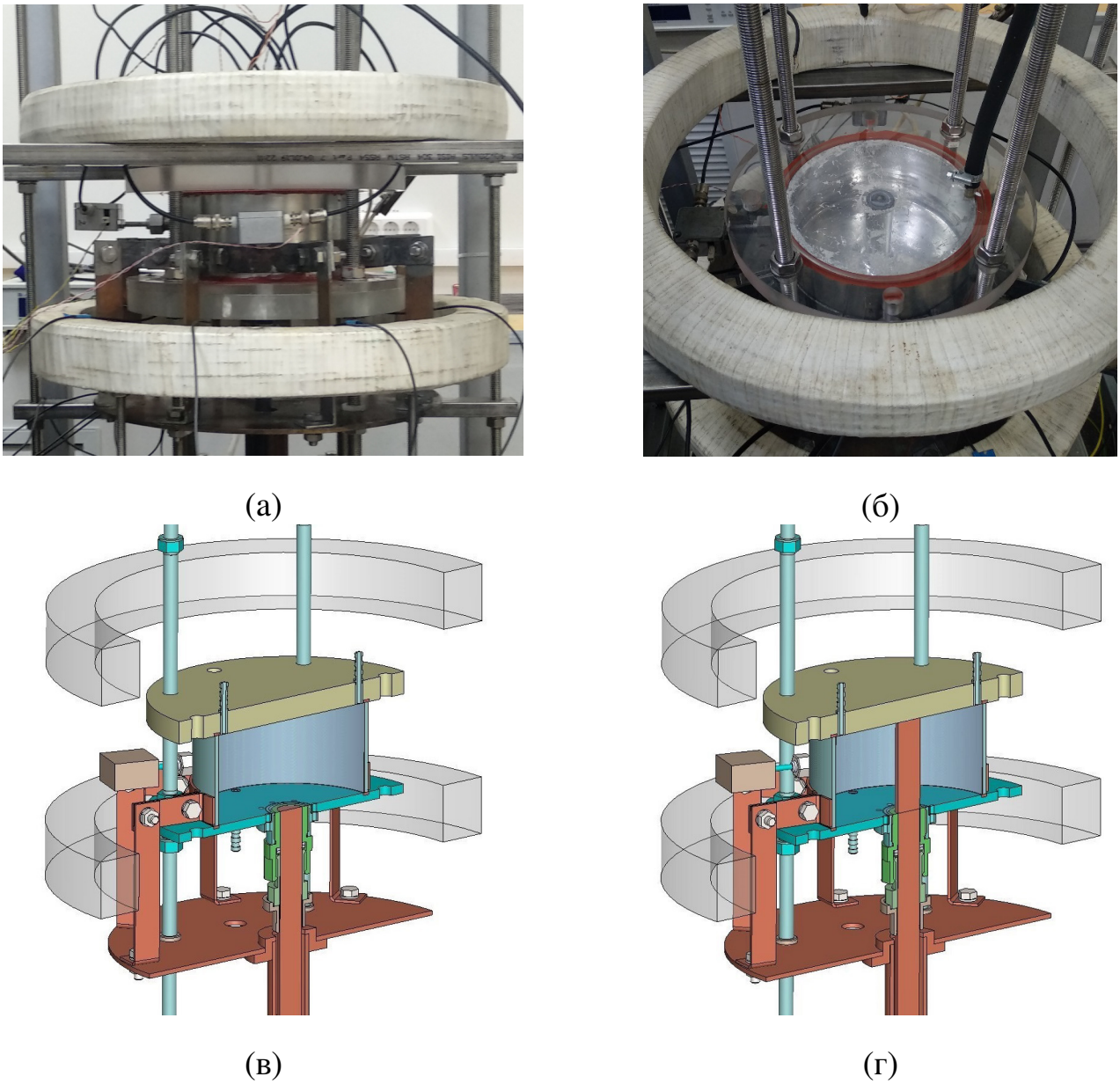


Рис. 2.3. Фотографии (а, б) и схемы (в, г) экспериментальной установки для изучения ЭВТ с твердой верхней границей. Разрез схемы для случая локализованного (в) и полностью погруженного центрального медного электрода (г).

Эксперименты с твердой границей позволят оценить влияние верхней поверхности на формирование структуры ЭВТ, подверженного воздействию вертикального магнитного поля. Кроме того, эксперимент с твердой границей может быть важен для верификации расчетных данных, поскольку постановки задач с твердыми стенками наиболее распространены в численном моделировании.

2.3. Математическая модель

Для лучшего понимания структуры возникающих в ячейке течений в дополнение к физическому эксперименту проводится численное моделирование. Автор настоящей диссертационной работы рассматривал установившееся не турбулентное (ламинарное) течение жидкого металла в цилиндрической полости под действием протекающего через электропроводную среду тока и внешнего магнитного поля. Течение жидкости описывается уравнением Навье-Стокса, дополненное силой Лоренца, и уравнением неразрывности:

$$\rho(\mathbf{u}\cdot\nabla)\mathbf{u} = -\nabla p + \eta\Delta\mathbf{u} + \rho\mathbf{g} + \mathbf{j}\times(\mathbf{B}_j + \mathbf{B}_{ext}), \tag{2.1}$$

$$\nabla\cdot\mathbf{u} = 0, \tag{2.2}$$

где $\mathbf{u}$ – вектор скорости, p – давление, ρ и η – плотность и динамическая вязкость жидкости соответственно, $\mathbf{g}$ – ускорение свободного падения, $\mathbf{j}$ – вектор плотности электрического тока, $\mathbf{B}_j$ – вектор индукции собственного магнитного поля электрического тока $\mathbf{B}_{ext}$ – вектор индукции внешнего магнитного поля.

Электрические и магнитные поля рассчитываются из следующих уравнений для потенциалов:

$$\nabla\cdot\mathbf{j} = 0, \qquad \mathbf{E} = -\nabla\varphi, \qquad \mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{u}\times\mathbf{B}_j), \qquad \nabla\times\mathbf{H} = \mathbf{j}, \qquad \mathbf{B}_j = \nabla\times\mathbf{A}, \tag{2.3}$$

где $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ – векторы напряженности электрического и магнитного полей, φ – электрический потенциал, σ – электрическая проводимость среды, $\mathbf{A}$ – вектор магнитного потенциала.

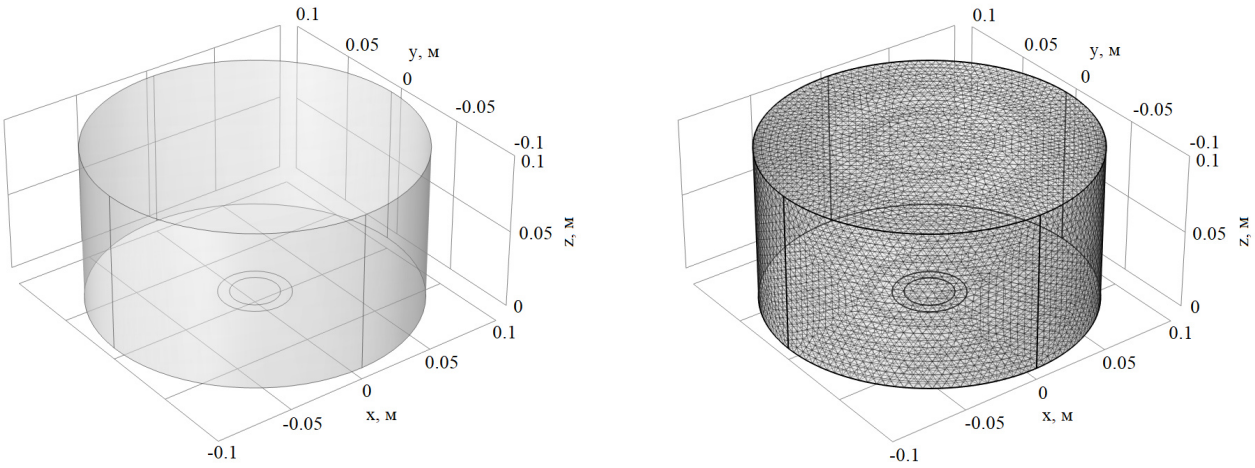
Граничное условие для скорости – прилипание на всех твердых границах. В случае изучения течения со свободной верхней границей для скорости ставится условие отсутствия касательных напряжений (расчет проводится для свободной недеформируемой верхней границы) [141]. Электрический потенциал на центральном электроде равен нулю. На внешнем электроде задан ток I_0. На всех остальных границах задано условие электрической изоляции. Для магнитного потенциала – $\mathbf{n}\times\mathbf{A} = 0$.

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{j} = 0 : \qquad r \in (R_c, R], z = 0, \qquad r \in [0, R], z = H_0; \tag{2.4}$$

$$\varphi = 0 : \qquad r \in [0, R_c], z = 0; \tag{2.5}$$

$$\int_S \mathbf{j} \cdot \mathbf{n} dS = I_0. \tag{2.6}$$

Численное моделирование осуществляется в математическом пакете COMSOL Multiphysics, который основан на методе конечных элементов. Он широко применяется в инженерии, физике, химии, биомедицине и других науках для моделирования мультифизических задач, где взаимодействуют различные физические явления: теплопередача, механика, электромагнетизм, гидродинамика и др. Для решения поставленных задач используется модуль магнитной гидродинамики *Magnetohydrodynamics*, в котором осуществлена связка уравнений гидродинамики *Laminar Flow* и системы уравнений Максвелла *Magnetic and Electric Fields*. Электромагнитные поля рассчитываются с использованием GMRES (Generalized Minimal Residual) решателя, гидродинамика – PARDISO (Parallel Direct Solver). Вид расчетной области и пример сетки представлены на рисунке 2.4. Была проверена устойчивость и сеточная сходимость проведенных расчетов. Итоговая сетка содержит около 200 тысяч элементов.



(а) (б)

Рис. 2.4. Расчетная область (а) и пример использованной сетки (б).

Соавторами работ [2, 4, 5], а именно Ильей Владимировичем Колесниченко и Сергеем Дмитриевичем Мандрыкиным, были проведены нестационарные расчеты поставленных задач, но в более узком диапазоне параметров. Так как магнитное число Рейнольдса в рассматриваемых задачах существенно меньше единицы ($\mathrm{Re}_m \sim 0.04$), применимо электродинамическое приближение, которое допускает независимое рассмотрение электродинамических и гидродинамических процессов. Численное моделирование выполнено с помощью конечно-элементного пакета ANSYS, используется стандартная модель турбулентности k-ω.

2.4. Результаты

2.4.1. Развитое ЭВТ в цилиндрической ячейке с локальным и торцевым токоподводами в случае свободной и твердой верхней границы

Серия экспериментов посвящена изучению структуры электровихревого течения в цилиндрической ячейке с локальным и торцевым токоподводами в случае свободной и твердой верхней границы. Сила тока в эксперименте варьируется в диапазоне $I \in [400; 1200]$ А с шагом 100 А. Внешнее магнитное поле при этом не прикладывается. Измеренное в ячейке магнитное поле при отсутствии тока и приложенного магнитного поля составляет: вертикальная компонента $B_z = 0.02$ мТл, радиальная – $B_r = 0.01$ мТл. Вертикальная скорость течения регистрируется датчиками УДА по восьми вертикальным лучам в пристеночной области, измерения ведутся в установившемся режиме в течение 500 секунд.

На рисунке 2.5 представлены усредненные профили вертикальной скорости, полученные по всем восьми датчикам УДА для случаев с твердой и свободной верхней границей. Во всем диапазоне токов наблюдается характерное нисходящее движение на периферии ячейки, что соответствует ЭВТ в форме крупномасштабного тороидального вихря.

Распределения полоидальной скорости в диаметральном сечении ячейки (см. рис. 2.6) для случая твердой и свободной недеформируемой верхней границы при

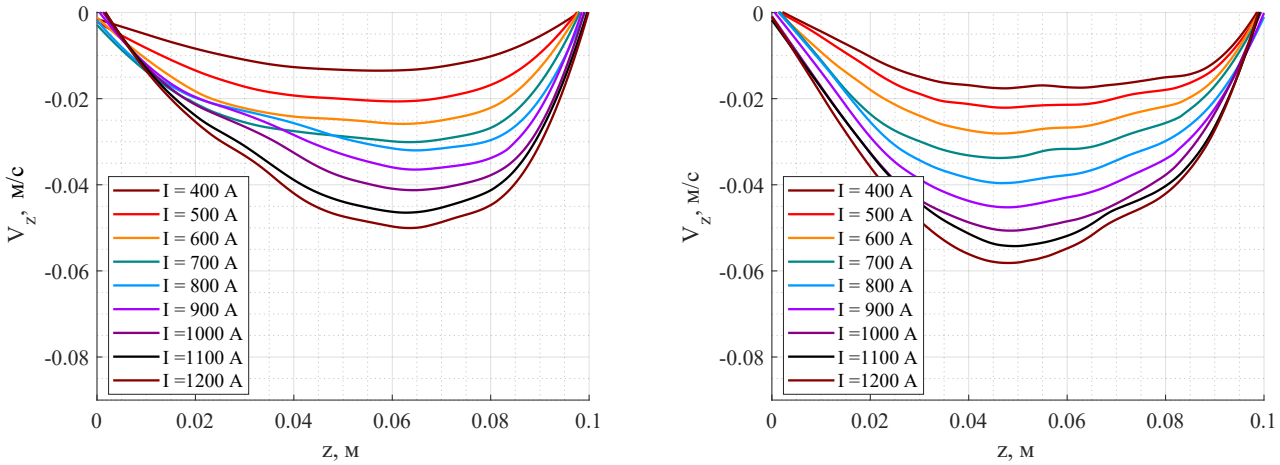


Рис. 2.5. Профили средней вертикальной скорости V_z, усредненные по датчикам УДА, при различных значениях электрического тока I для свободной (а) и твердой (б) верхней границы.

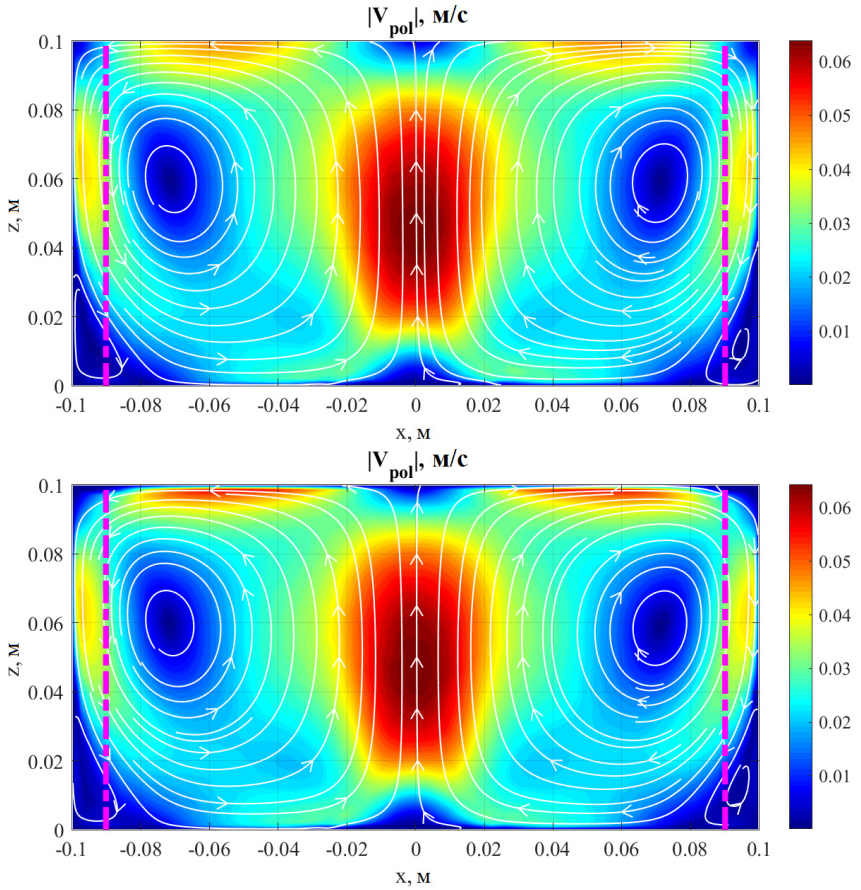
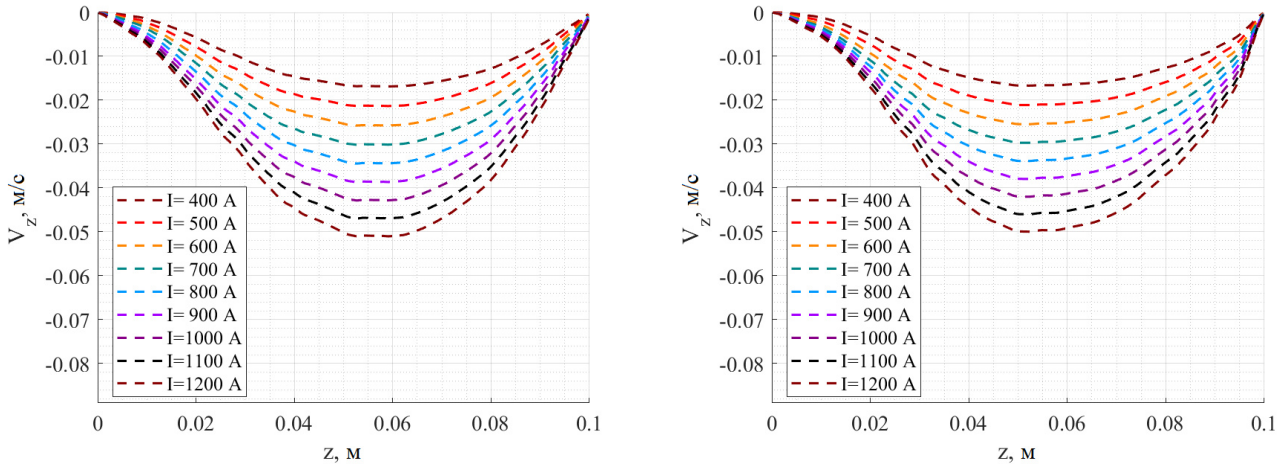


Рис. 2.6. Поля полоидальной скорости ЭВТ в диаметральном сечении ячейки для случая свободной недеформируемой (сверху) и твердой (снизу) верхней границы при токе I = 800 А. Розовой пунктирной линией показаны направления лучей, вдоль которых в физическом эксперименте измеряется скорость.

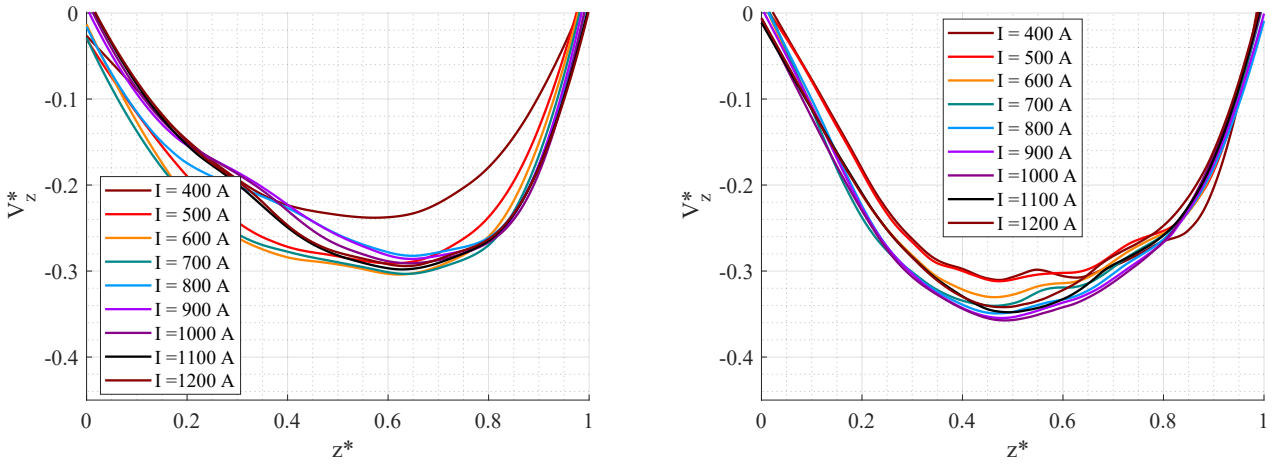
токе $I = 800$ А демонстрируют, что во всей области ячейки также существует тороидальный вихрь, в придонных углах возникает слабоинтенсивный противовихрь. Розовой пунктирной линией показаны направления лучей, вдоль которых в физическом эксперименте измеряется скорость. Расчетные значения вертикальной компоненты скорости вдоль этих лучей представлены на рисунке 2.7. Наблюдается не только качественное, но и количественное соответствие расчетных данных физическому эксперименту.



(а) (б)

Рис. 2.7. Расчетные профили средней вертикальной скорости V_z, усредненные вдоль лучей при $r = 0.09$ м, при различных значениях электрического тока I для случая свободной недеформируемой (а) и твердой (б) верхней границы.

Для ЭВТ при высоких значениях тока предполагается линейная зависимость скорости течения от величины электрического тока [142]. Впервые эта закономерность была экспериментально подтверждена Жилиным с соавторами [97] при исследовании ЭВТ в цилиндрической ячейке, заполненной ртутью ($0 < I < 1500$ А, $10^3 < S < 10^6$). На рисунке 2.8 показаны безразмерные профили скорости для свободной и твердой верхней границы, полученные в эксперименте, где используется для единицы скорости комбинация $I\sqrt{\mu\mu_0/\rho H_0^2}$. Стоит отметить, что в случае свободной поверхности при увеличении тока экстремум скорости смещается к верхней границе, в то время как для твердой верхней границы максимум вертикальной компоненты скорости течения находится ближе к дну ячейки.



(а) (б)

Рис. 2.8. Безразмерные профили средней вертикальной скорости V_z, усредненные по датчикам УДА, при различных значениях электрического тока I для свободной (а) и твердой (б) верхней границы.

На рисунке 2.9 представлена зависимость числа Рейнольдса от ЭВТ-параметра S (9):

$$\mathrm{Re} = \frac{\langle |V_z| \rangle_{max} R}{\nu}, \tag{2.7}$$

где $\langle |V_z| \rangle_{max}$ – максимум средней вертикальной скорости вдоль лучей УДА, R – радиус ячейки.

Все точки подчиняются зависимости $\mathrm{Re} \sim \sqrt{S}$, демонстрируя небольшое, но систематическое превышение экспериментальных точек, соответствующих твердой верхней границе (зеленые точки), над набором точек, соответствующих свободной поверхности (синие точки). Также можно наблюдать хорошее согласие между экспериментом и результатами численного моделирования [2].

С помощью допплеровских датчиков скорости можно оценить пульсации течения. На рисунке 2.10 показаны профили среднеквадратичного отклонения вертикальной компоненты скорости V_z, усредненные по датчикам УДА, при различных значениях электрического тока I для свободной и твердой верхней границы. Видно, что пульсации скорости, независимо от конфигураций верхней границы, близки по значениям и растут с увеличением тока, протекающего через ячейку.

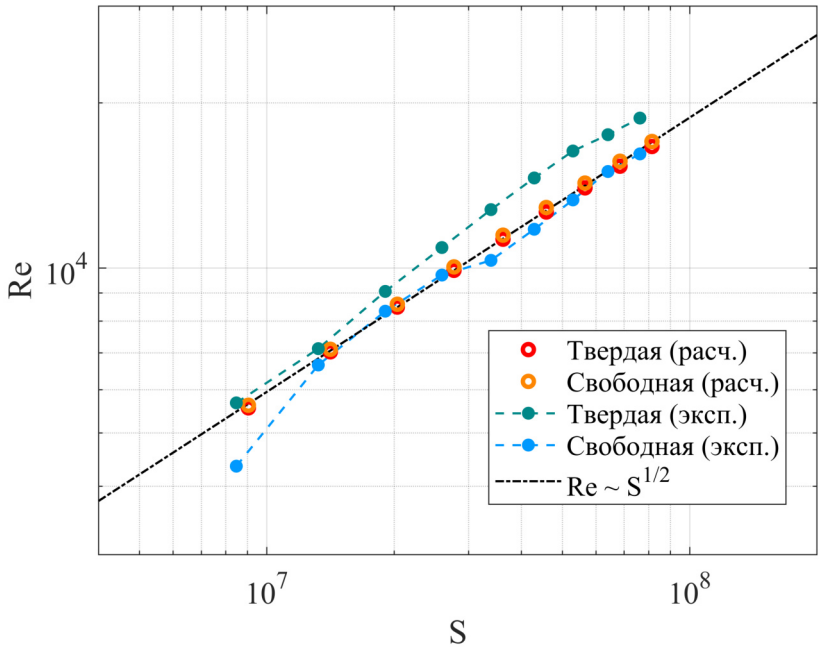
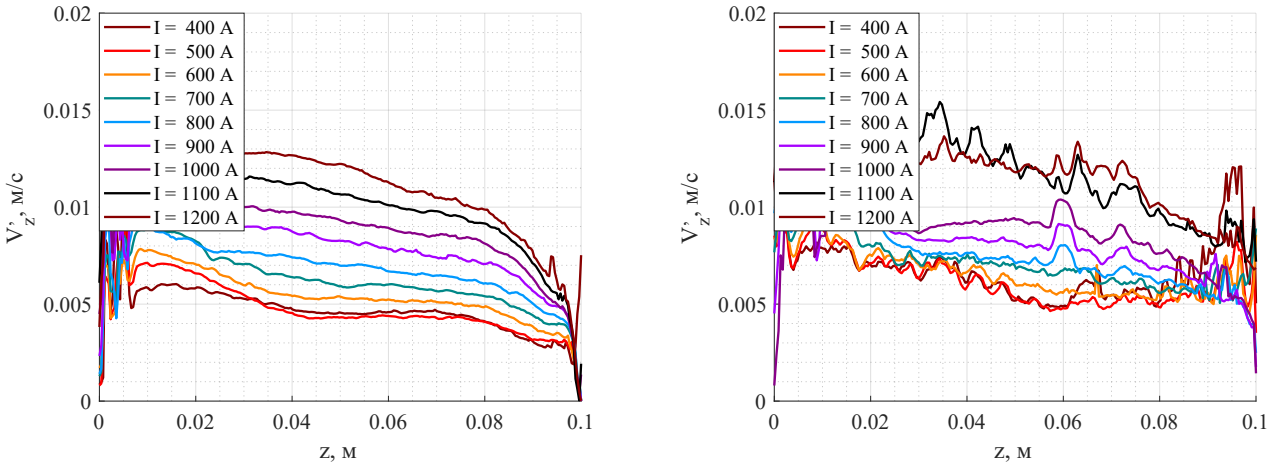


Рис. 2.9. Число Рейнольдса Re в зависимости от ЭВТ-параметра S. Для сплошной верхней границы экспериментальные данные показаны зелеными точками, расчетные данные – красные кружки; для свободной поверхности синие точки – эксперимент, желтые круги – расчет.

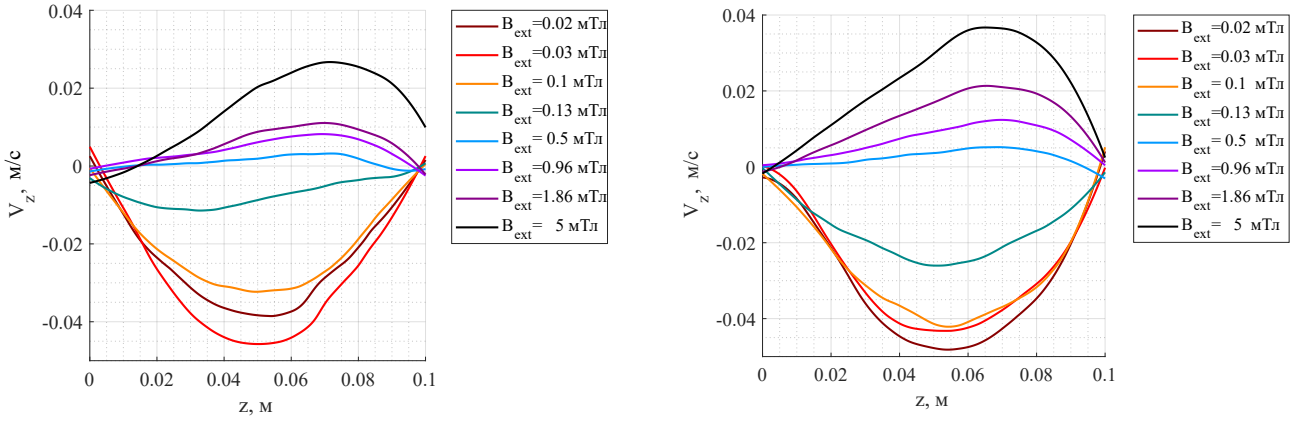


(а) (б)

Рис. 2.10. Профили среднеквадратичного отклонения вертикальной компоненты скорости V_z, усредненные по датчикам УДА, при различных значениях электрического тока I для свободной (а) и твердой (б) верхней границы.

2.4.2. Установившееся течение жидкого металла под действием внешнего магнитного поля в цилиндрической ячейке в случае свободной и твердой верхней границы

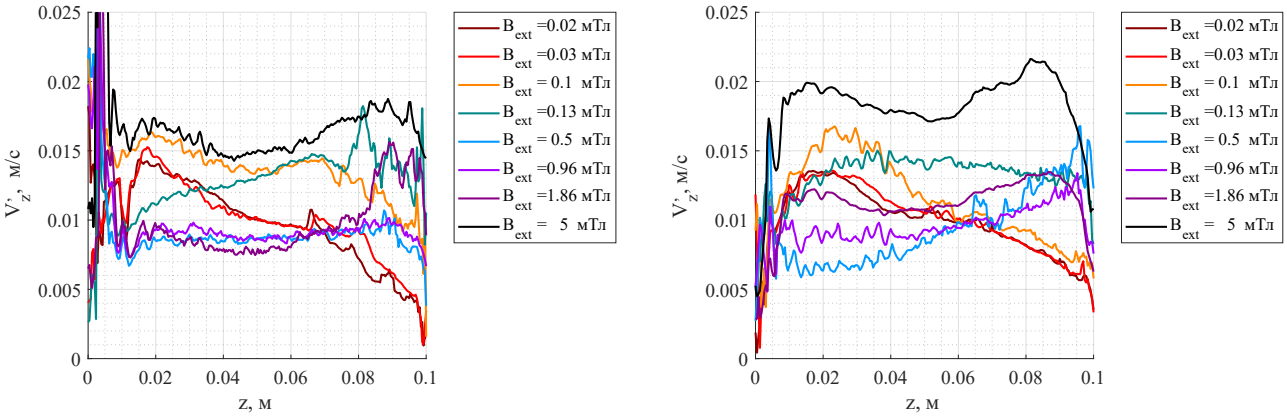
При фиксированном токе $I = 1000$ А были проведены серии экспериментов с различными значениями внешнего вертикального магнитного поля $B_{Earth} < B_{ext} \leq 17$ мТл. Измерения выполнялись в установившемся режиме. Полученные усредненные профили вертикальной компоненты скорости для свободной и твердой верхней границы представлены на рисунке 2.11. При слабом внешнем поле $B_{ext} \leq 0.1$ мТл структура течения практически не меняется и соответствует ЭВТ, описанному ранее (см. раздел 2.4.1). При увеличении индукции внешнего магнитного поля наблюдается ослабление нисходящего течения вблизи стенок, а при $B_{ext} \approx 0.5$ мТл на периферии формируется устойчивое восходящее течение. Таким образом, слабое воздействие внешним вертикальным магнитным полем способно значительно изменить структуру электровихревого течения. Это происходит за счет общего вращения жидкого металла под действием азимутальной электромагнитной силы, пропорциональной произведению радиальной компоненты электрического тока и вертикальной компоненты индукции магнитного поля.



(а) (б)

Рис. 2.11. Профили средней вертикальной скорости V_z, усредненные по датчикам УДА, при фиксированном электрическом токе $I = 1000$ А и различных магнитных полях B_{ext} для свободной (а) и твердой верхней границы (б).

С использованием доплеровских датчиков скорости появляется возможность оценить интенсивность пульсаций течения. На рисунке 2.12 представлены профили среднеквадратичного отклонения вертикальной компоненты скорости V_z, усредненные по всем датчикам УДА. Измерения проведены при постоянном токе I = 1000 А для различных значений внешнего магнитного поля B_{ext} как в случае свободной, так и твердой верхней границы. Видно, что пульсации скорости для всех рассмотренных конфигураций ячейки для выбранных значений внешнего магнитного поля близки к значению ~ 0.015 м/с. Причем при $B_{ext} < B_{Earth}$ пульсации скорости в основном преобладают в нижней части ячейки, при $B_{ext} \sim B_{Earth}$ интенсивность пульсаций уменьшается и относительно равномерна по высоте, а при $B_{ext} \gg B_{Earth}$ пульсации скорости возрастают и распределяются в приграничных областях ячейки.



(а) (б)

Рис. 2.12. Профили среднеквадратичного отклонения вертикальной компоненты скорости V_z, усредненные по датчикам УДА, при фиксированном электрическом токе I = 1000 А и различных магнитных полях B_{ext} для свободной (а) и твердой (б) верхней границы.

Стоит отметить, что профили скорости, представленные на рисунке 2.11 качественно и количественно почти не отличаются друг от друга, будто наличие твердой верхней крышки не вносит изменений в структуру течений. На рисунке 2.13 приведена схема распределения вертикальной компоненты скорости вдоль луча ультразвукового доплеровского анемометра для двух случаев: чисто электрових-

ревого течения (рис. 2.13, a) и течения в присутствии вертикального магнитного поля. Также показаны типичные профили, соответствующие движению жидкости под действием однородного радиального тока в вертикальном магнитном поле при различных граничных условиях – свободной (рис. 2.13, b) и твердой (рис. 2.13, c) верхней границе. В обоих вариантах полоидальное течение формируется за счет подкачки Экмана. Ожидается, что при наличии свободной верхней поверхности структура течения должна быть близка к ЭВТ, тогда как твердая верхняя граница должна приводить к формированию двувихревой структуры в диаметральном сечении ячейки. Однако экспериментально было установлено, что наблюдаемая картина течений слабо зависит от типа верхней границы (рис. 2.13, d), при этом полученные профили скорости невозможно воспроизвести простой комбинацией ЭВТ и экмановской подкачки, что указывает на более сложную структуру взаимодействия сил в системе.

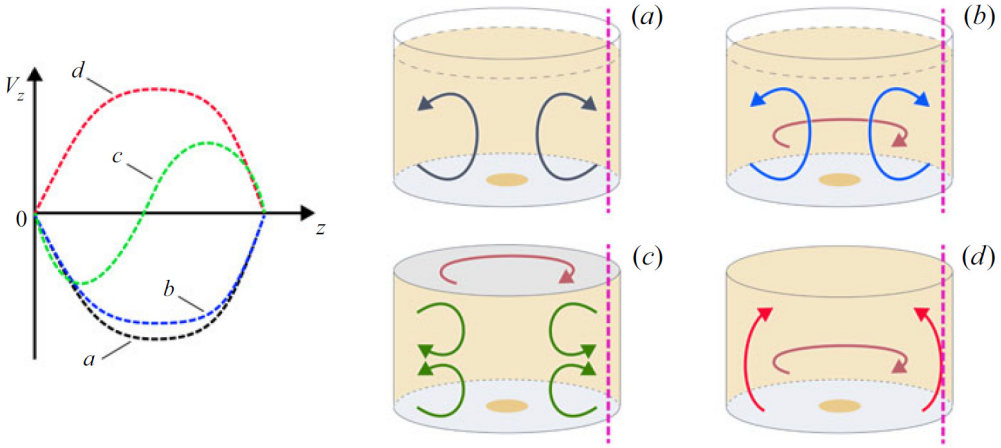


Рис. 2.13. Справа – схемы четырех видов полоидального течения в цилиндрической ячейке: ЭВТ (a); течение, вызванное взаимодействием однородного радиального тока и вертикального магнитного поля в ячейке со свободной (b) и твердой (c) верхней границей; течение, полученное в результате экспериментального исследования при умеренном вертикальном магнитном поле (d). Слева – профили вертикальной компоненты скорости вдоль луча УДА для соответствующих видов течений.

Для лучшего понимания полученных экспериментальных данных было проведено численное моделирование данной задачи для случая свободной недеформируемой верхней границы. На рисунке 2.14 показаны полоидальная и азимутальная компоненты скорости в диаметральном сечении ячейки для характерных B_{ext}.

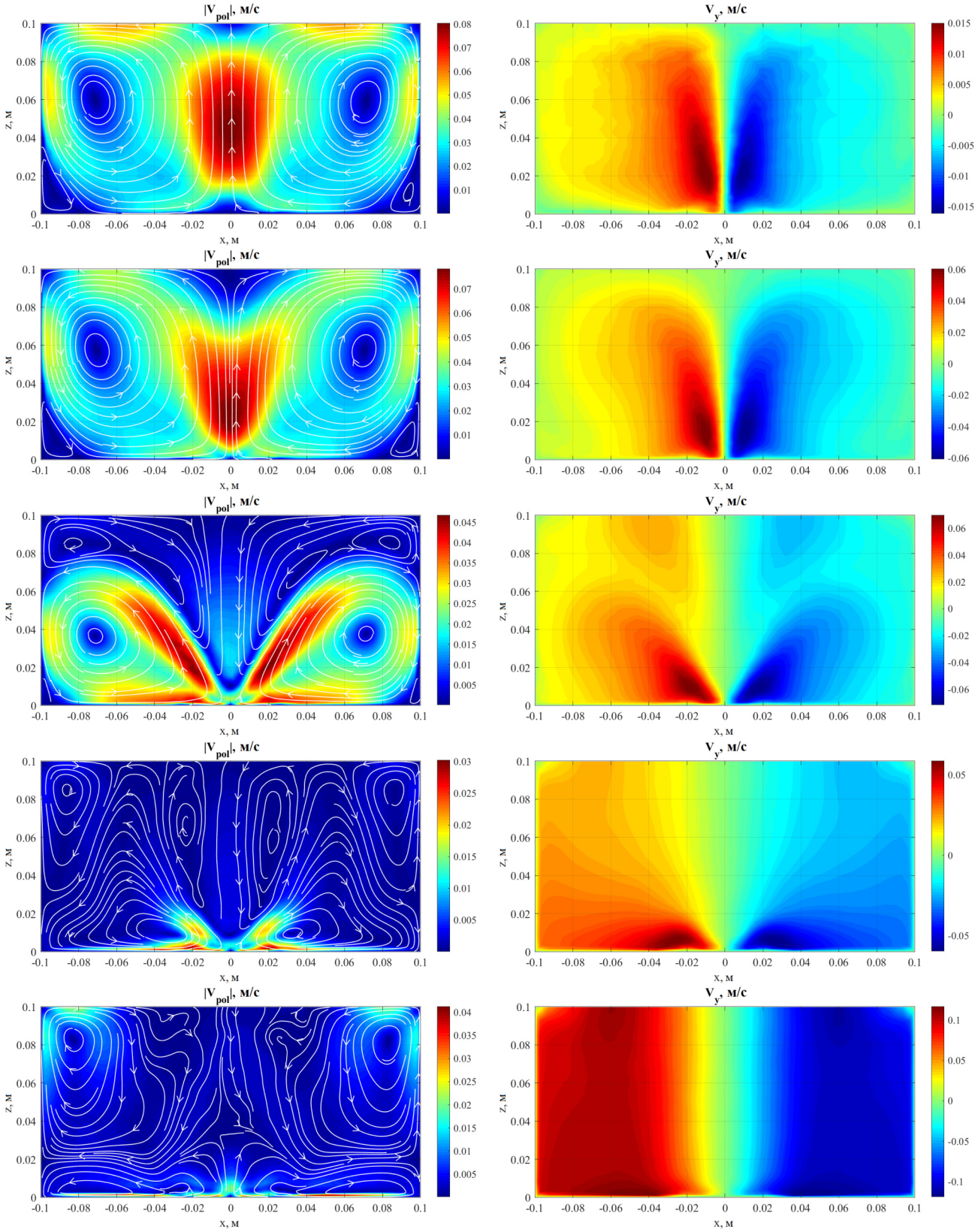


Рис. 2.14. Расчетные поля полоидальной (слева) и азимутальной (справа) компонент скорости в случае свободной недеформируемой верхней границы для различных магнитных полей (сверху-вниз): B_{ext} = 0.02 мТл, B_{ext} = 0.08 мТл, B_{ext} = 0.10 мТл, B_{ext} = 0.11 мТл, B_{ext} = 1.00 мТл.

При малых магнитных полях (B_{ext} = 0.02 мТл) в ячейке существует вращающийся относительно оси цилиндра вихрь в форме тора, аналогичный ЭВТ в отсутствии внешнего магнитного поля. Вращение локализовано преимущественно в центральной придонной области цилиндра, то есть неоднородное распределение тока обеспечивает сильное осевое и радиальное дифференциальное вращение [2]. Азимутальное вращение жидкости с сильным уменьшением угловой скорости по высоте цилиндра приводит к образованию области с пониженным давлением над центральным электродом. Вертикальный перепад давления обеспечивает нисходящий поток вдоль оси цилиндрической ячейки и приводит к возникновению крупномасштабного полоидального конусообразного вихря в верхней центральной части ячейки, который расширяется в стороны к внешней стенке цилиндра (B_{ext} = 0.10 мТл). Интенсивность полоидального течения уменьшается в два раза. Максимум азимутальной скорости увеличился в 4 раза, а само течение сосредоточено вблизи центрального электрода, растягиваясь вдоль оси цилиндра. Дальнейшее увеличение магнитного поля (B_{ext} = 0.11 мТл) приводит к значительному подавлению полоидального течения и в ячейке наблюдаются три слабоинтенсивных вихря: исходное полоидальное течение в придонной области вблизи центрального электрода, конусообразный вихрь в верхней центральной части и вихрь вблизи внешней стенки цилиндра в верхней области. Азимутальное течение распространяется до верхней границы ячейки. При дальнейшем увеличении магнитного поля (B_{ext} = 1.00 мТл) в ячейке начинает доминировать верхний тороидальный вихрь, а азимутальная скорость становится практически однородной по высоте и радиусу, за исключением тонких пограничных слоев около твердых стенок. Вблизи дна сохраняется слабый остаточный тороидальный вихрь, возникший в результате подкачки Экмана.

Результаты численного моделирования течения в цилиндрической ячейке с твердой верхней границей дает аналогичное поведение системы (см. рис. 2.15). Однако условие прилипания жидкости на всех границах приводит к возникновению экмановской подкачки не только в придонной области, но и вблизи верхней крышки после процесса подавления полоидального течения внешним магнитным полем.

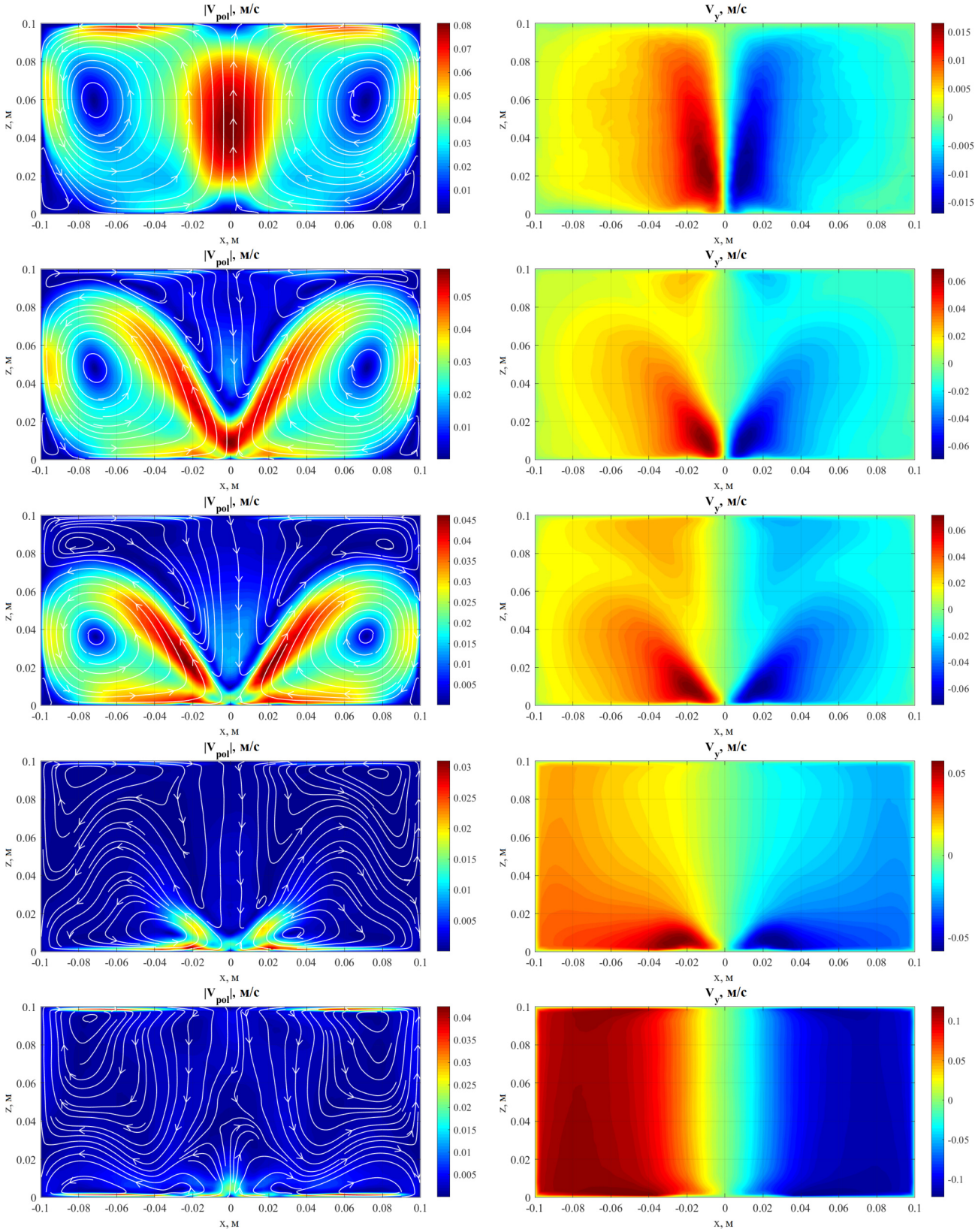
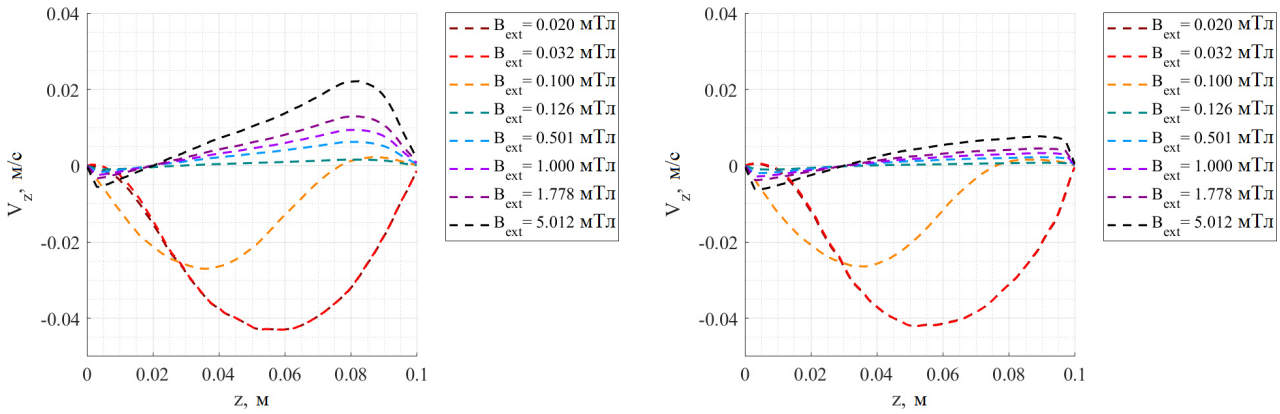


Рис. 2.15. Расчетные поля полоидальной (слева) и азимутальной (справа) компонент скорости при наличии твердой верхней границы для различных магнитных полей (сверху-вниз): B_{ext} = 0.02 мТл, B_{ext} = 0.08 мТл, B_{ext} = 0.10 мТл, B_{ext} = 0.11 мТл, B_{ext} = 1.00 мТл.

Расчетные профили вертикальной компоненты скорости вдоль вертикального луча при $r = 0.9R$ для свободной недеформируемой и твердой границы представлены на рисунке 2.16. Для малых магнитных полей наблюдается качественное и количественное соответствие как расчетных так и экспериментальных профилей скорости. При сильных магнитных полях расчеты для свободной недеформируемой границы показывают хорошее согласие с физическим экспериментом.



(а) (б)

Рис. 2.16. Расчетные профили средней вертикальной скорости V_z, усредненные вдоль лучей при $r = 0.09$ м, при различных значениях приложенного вертикального магнитного поля B_{ext} для случая свободной недеформируемой (а) и твердой (б) верхней границы.

Как было отмечено ранее, профили скорости, представленные на рисунке 2.11, а также рисунке 2.16 (а) качественно и количественно почти не отличаются друг от друга, будто наличие твердой верхней крышки не вносит изменений в структуру течений. Это можно объяснить тем, что при заполнении экспериментальной ячейки жидким металлом на его поверхность наливался раствор изопропилового спирта с соляной кислотой для лучшего лужения центрального электрода и боковой поверхности ячейки, а также минимизации количества оксидов. Этот раствор в последствии удалялся с поверхности металла, но мог привести к меньшей адгезии поверхности жидкости к верхней твердой крышке. Также неизбежное появление оксидов галлия на поверхности металла могло привести к явлению проскальзывания жидкости у твердой крышки. Поэтому, вероятно, структура течения жидкости в ячейке невосприимчива к граничным условиям на верхней границе.

Количественно процесс подавления полоидального течения можно пронаблюдать на зависимости числа Рейнольдса Re от величины внешнего вертикального магнитного поля B_{ext} (см. рис. 2.17). Экспериментальные данные представлены зелеными точками для твердой границы и синими – для свободной. Расчетные данные показаны красными точками для случая свободной недеформируемой верхней границы.

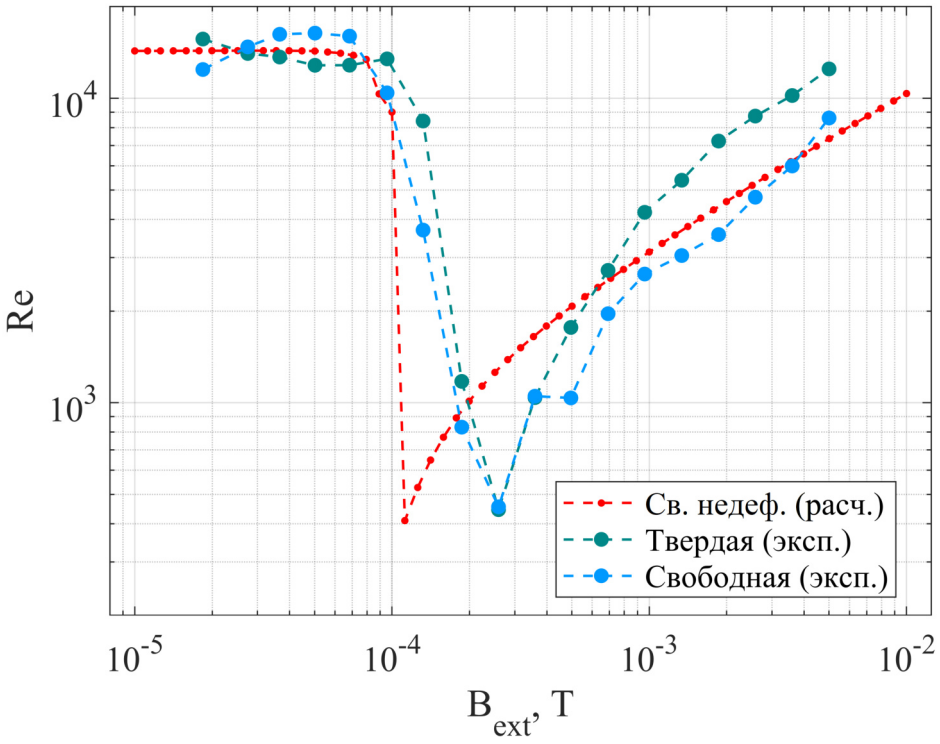


Рис. 2.17. Число Рейнольдса в зависимости от приложенного вертикального магнитного поля при $I = 1000$ А. Экспериментальные данные показаны зелеными точками для сплошной верхней границы и синими точками для свободной поверхности. Данные численного моделирования обозначены красными точками.

Наблюдается хорошее качественное и количественное соответствие расчетной кривой экспериментальным данным. Однако подавление полоидального течения в расчете происходит при поле $B_{ext} = 0.11$ мТл, в то время как в эксперименте подавление происходит при $B_{ext} = 0.25$ мТл. Этот сдвиг не может быть объяснен присутствием в экспериментах магнитного поля Земли, поскольку оно учитывалось при измерении магнитного поля катушек Гельмгольца. В работе [2] было показано,

что наличие горизонтальной составляющей внешнего магнитного поля, например, от токоподводящих шин питания, приводит к расширению области подавления полоидального течения и смещению минимума $\mathrm{Re}(B_{ext})$ в сторону больших B_{ext}.

Очевидно, что воздействие внешнего вертикального магнитного поля на жидкий металл с радиальным растеканием электрического тока приводит к возникновению вращательного течения с образованием воронки. К сожалению, в эксперименте не было возможности измерять азимутальную компоненту скорости, поэтому оценки характеристик азимутального течения выполнены с использованием аппроксимации решения задачи о вращающейся жидкости со свободной верхней поверхностью.

Данные, полученные с помощью датчиков УДА, позволяют восстановить форму воронки. Рисунок 2.18 демонстрирует результат реконструкции формы свободной поверхности жидкости. Высота воронки в пристеночной области определяется по показаниям датчиков УДА. Для восстановления профилей поверхности

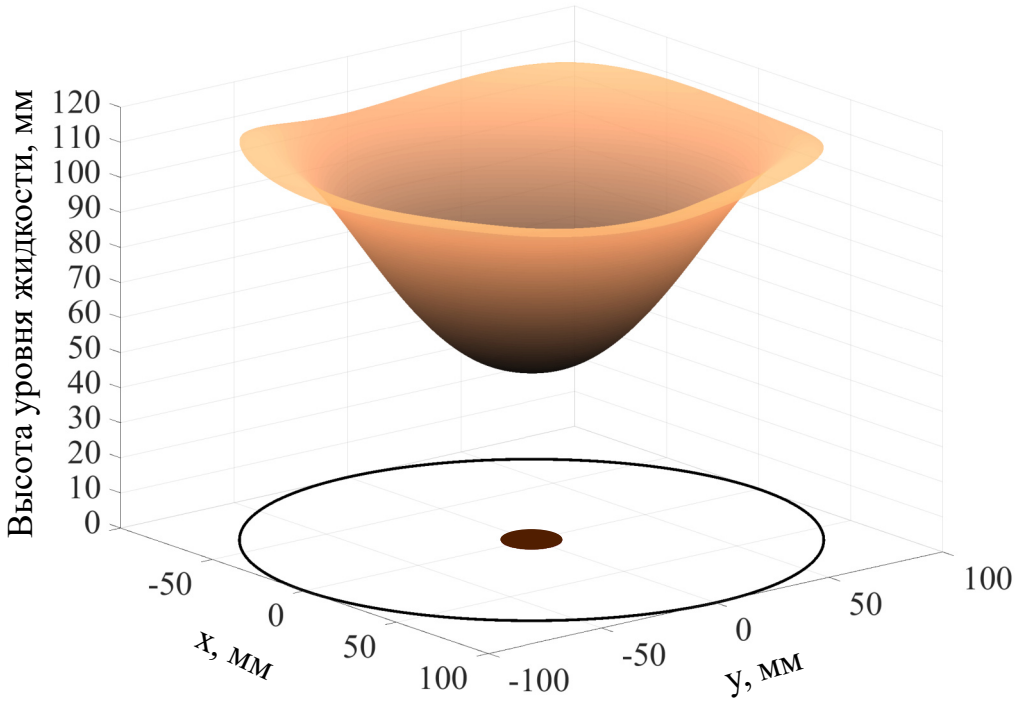


Рис. 2.18. Восстановленная форма воронки жидкого металла под действием внешнего постоянного вертикального магнитного поля. Реконструкция по показаниям 8 датчиков УДА.

жидкого металла по радиальной координате r используются функции вида:

$$h(r) = h_0 + \eta \cdot \left(2 - \frac{r_c^2}{r^2}\right). \tag{2.8}$$

Этот тип аппроксимирующих функций выбран по аналогии с задачей о воронке при механическом перемешивании жидкости [143], для которой существует аналитическое решение вида (2.8) . В исходной задаче r_c – радиус мешалки, h_0 – уровень металла в центре воронки, η – размерный параметр, показывающий отношение сил, вызывающих поток и силы тяжести. В случае электромагнитного перемешивания r_c имеет смысл размера области наиболее интенсивного силового воздействия. Решение обратной задачи (подробнее см. систему уравнений в [143]) показало, что r_c совпадает с радиусом центрального токоподвода R_c экспериментальной установки. Высоту h_0 можно найти, используя известную высоту H_0 слоя жидкости в невозмущенном состоянии и радиус слоя R:

$$h_0 = H_0 + \eta \cdot \left(\frac{r_c^4}{R^4}\left(0.75 + \ln\frac{R}{r_c}\right) - \frac{r_c^2}{R^2}\right). \tag{2.9}$$

Благодаря исходной физической модели (цилиндрический сосуд с механической мешалкой) уравнение (2.8) имеет смысл в диапазоне радиальных координат $r \in [r_c, R]$. Для $r \in [0, r_c)$ форма поверхности в диаметральном сечении ячейки описывается параболой. В рассматриваемой здесь постановке аналогия не полная, так как роль мешалки играют электромагнитные силы, распределенные по всему объему жидкого металла. Тем не менее вблизи нижнего токоподвода находится область наиболее интенсивного возбуждения потока. Размеры этой области можно принять за радиус мешалки r_c.

Профили, полученные для восьми датчиков УДА, интерполируются по угловой координате кубическими сплайнами. Значения интерполирующих функций, их первая и вторая производные согласовываются в точках 0 и 2π. Рисунок 2.18 демонстрирует мгновенную форму воронки с полностью развитым течением. Воронка имеет неравномерное распределение уровня жидкости по высоте, наблюдаются три локальных экстремума. Это свидетельствует о наличии флуктуаций в течении.

На рис. 2.19 представлены зависимости уровня жидкого металла в пристеночной области от величины внешнего магнитного поля, измеренные с помощью ИДУ и УДА. Высота подъема жидкости за счет образования воронки линейно зависит от величины приложенного внешнего магнитного поля. Метод УДА дает несколько меньшую высоту воронки за счет того, что датчики УДА не расположены близко к стенке экспериментальной кюветы, а ИДУ определяет уровень жидкости непосредственно на цилиндрической границе кюветы.

Считая вращение жидкости в воронке твердотельным, была найдена скорость вращения ω жидкого металла. Скорость ω рассчитывается из условия баланса центробежной силы и силы гидростатического давления жидкости [143]. Учитывая, что частота вращения воронки ν связана с угловой скоростью ω, получаем соотношение:

$$\nu_a = \frac{\sqrt{g(h - H_0)}}{2\pi R}. \tag{2.10}$$

Спектральный анализ выходного сигнала ИДУ показывает наличие двух низкочастотных колебаний с частотами $\nu \sim 0.2$ Hz и $\nu \sim 1$ Hz (см. рис. 2.20) . Амплитуды колебаний линейно зависят от величины внешнего магнитного поля

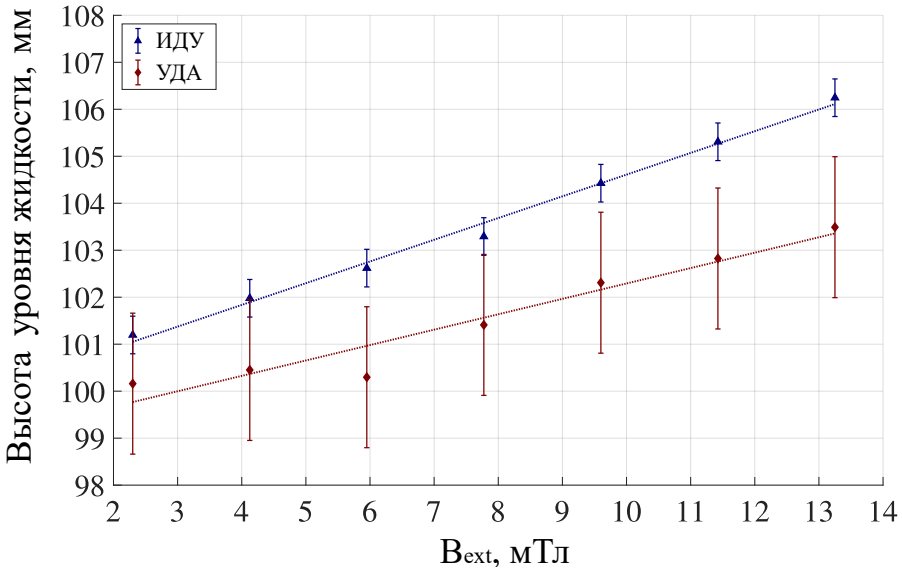


Рис. 2.19. Зависимости высоты уровня жидкого металла в пристеночной области от величины внешнего магнитного поля, полученные с помощью ИДУ и УДА.

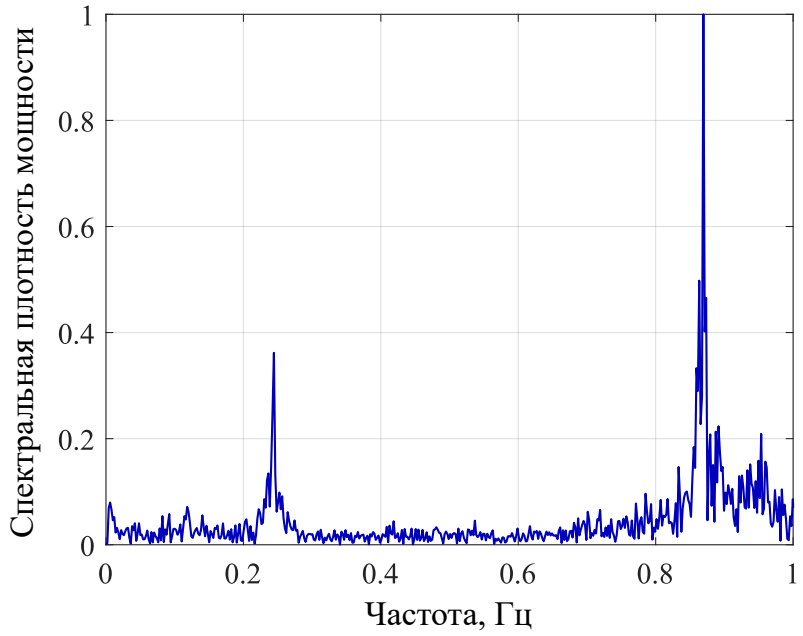


Рис. 2.20. Пример спектра выходного сигнала ИДУ, полученного при величине внешнего магнитного поля B_{ext} = 6.5 мТл.

(см. рис. 2.21). Отклонения могут быть вызваны перестройкой течения. Видно, что амплитуды колебаний малы по сравнению с высотой слоя, что подтверждает высокую чувствительность ИДУ для исследования колебательного процесса.

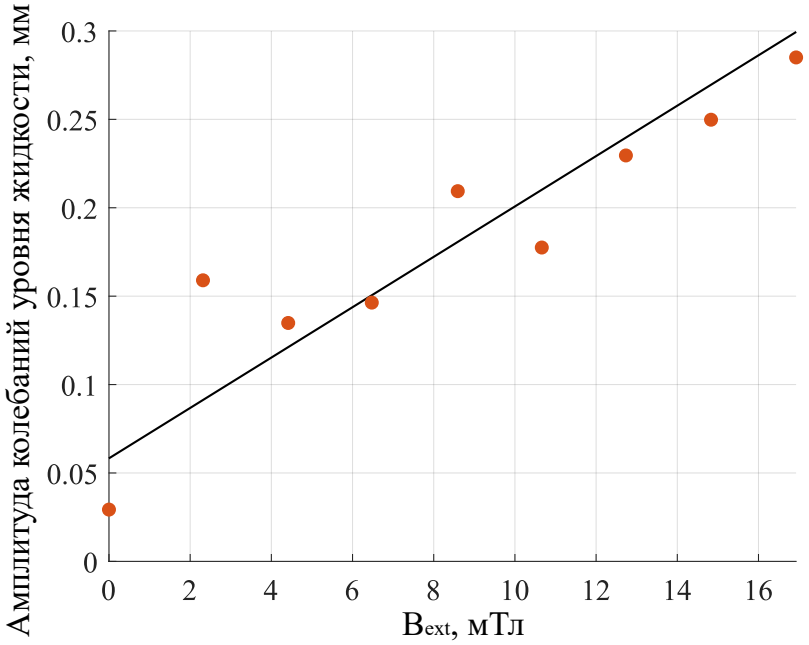


Рис. 2.21. Зависимость амплитуды колебаний выходного сигнала ИДУ от величины магнитного поля, приложенного к ячейке с жидким металлом.

На рис. 2.22 показана зависимость частоты колебаний свободной поверхности от магнитного поля. С увеличением величины внешнего магнитного поля обе частоты растут. Помимо радиальной деформации поверхности, вращение приводит к некоторым колебаниям поверхности, которые также фиксируются ИДУ. Большая частота этих флуктуаций близка к расчетной частоте вращения [143], несколько выше ее при $B_{ext} < 9$ мТл и чуть ниже при $B_{ext} > 9$ мТл. Таким образом, частота ν_1 связана с частотой вращения жидкого металла в цилиндрической ячейке.

В отсутствие внешнего магнитного поля $\nu_1 = 0$ наблюдается только одна частота ν_2. Эта частота отмечена меткой $\nu_2(B)$ при $B_{ext} = 0$. Ее значение коррелирует со значением характерных частот колебаний ЭВТ в ячейке аналогичной конфигурации, полученным в [144–146]. В этой работе частота колебаний оказалась близкой к 0.2 Гц при токе $I = 1000$ А. Это дает основание утверждать, что частота ν_2 обусловлена колебаниями полоидального течения. В отсутствие внешнего поля эта частота обусловлена колебаниями ЭВТ. С увеличением величины внешнего поля структура полоидального течения усложняется, что проявляется в увеличении частоты колебаний.

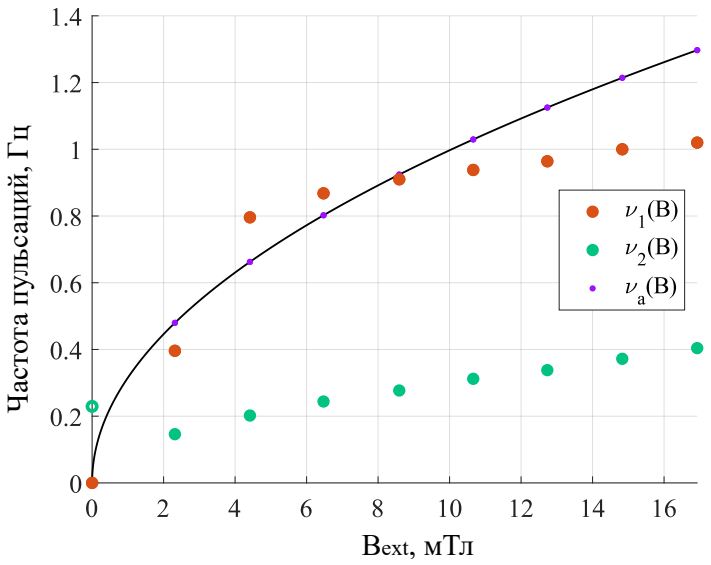
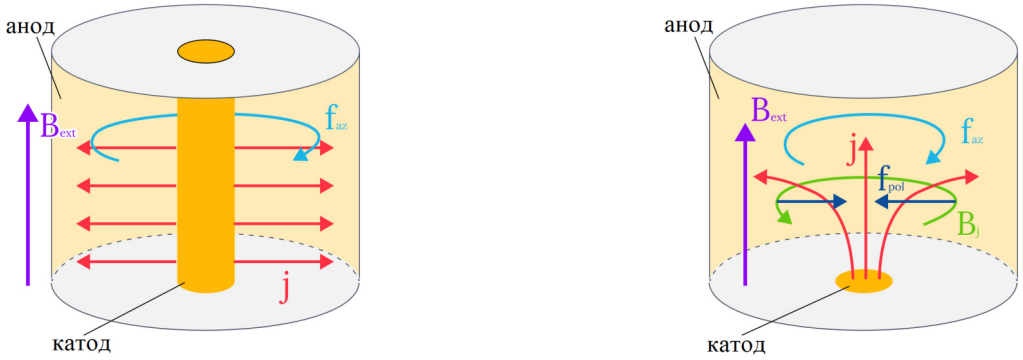


Рис. 2.22. Зависимость частот пульсаций течения от величины наложенного внешнего магнитного поля: ν_1 – частота вращения воронки, восстановленная по сигналу ИДУ; ν_a – частота вращения воронки, восстановленная по аналитической модели вращения жидкости; ν_2 – частота гидродинамических колебаний вихревого течения в ячейке.

2.4.3. Установившееся течение жидкого металла в цилиндрической ячейке с коаксиальным токоподводом

Данный раздел посвящен изучению вихревых течений жидкого металла в цилиндрической ячейке под действием внешнего вертикального магнитного поля при коаксиальном протекании тока (см. рис. 2.23, а), то есть когда центральный электрод полностью погружен в цилиндрическую ячейку. В идеализированной модели, где катод имеет форму цилиндра и занимает всю высоту ячейки, предполагается, что плотность электрического тока распределяется исключительно радиально. Теоретически это исключает возникновение полоидального течения. Но в реальности достижение именно радиального распределения электрического тока невозможно. Поэтому особый интерес представляет исследование вихревых структур, возникающих под действием внешнего магнитного поля как в случае локализованного, так и коаксиального токоподвода.

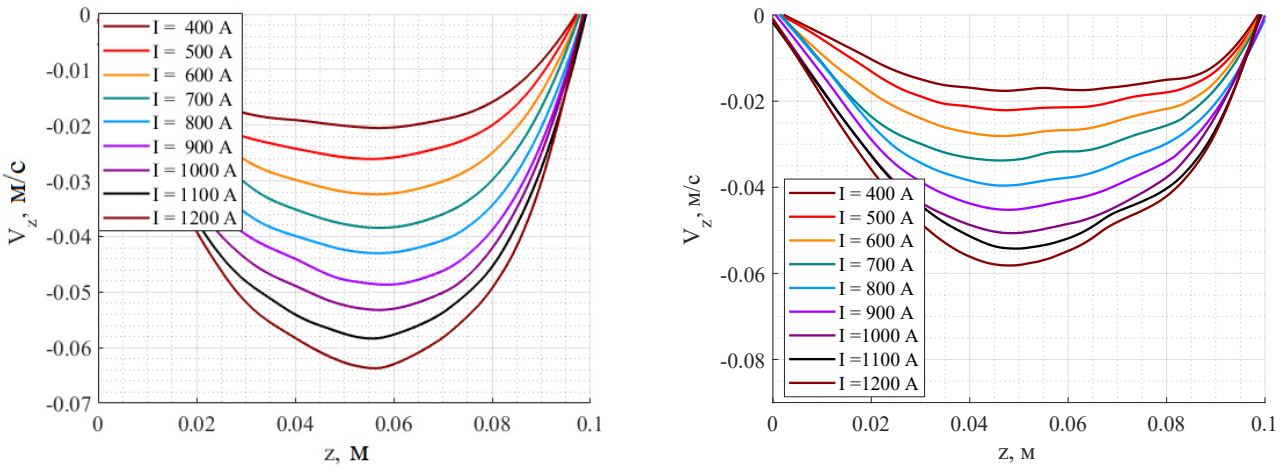


(а) (б)

Рис. 2.23. Схема генерации ЭВТ при коаксиальном (а) и локализованном (б) приложении электрического тока.

Как и в предыдущих разделах настоящей главы были проведены серии экспериментов для различных токов, протекающих через цилиндрическую ячейку, в пределах от $I = 400$ А до $I = 1200$ А с шагом 100 А в магнитном поле Земли, а также серии экспериментов для постоянного тока $I = 1000$ А, протекающего через ячейку, и различных значений вертикального магнитного поля в диапазоне $B_{Earth} < B_{ext} \leq 5$ мТл.

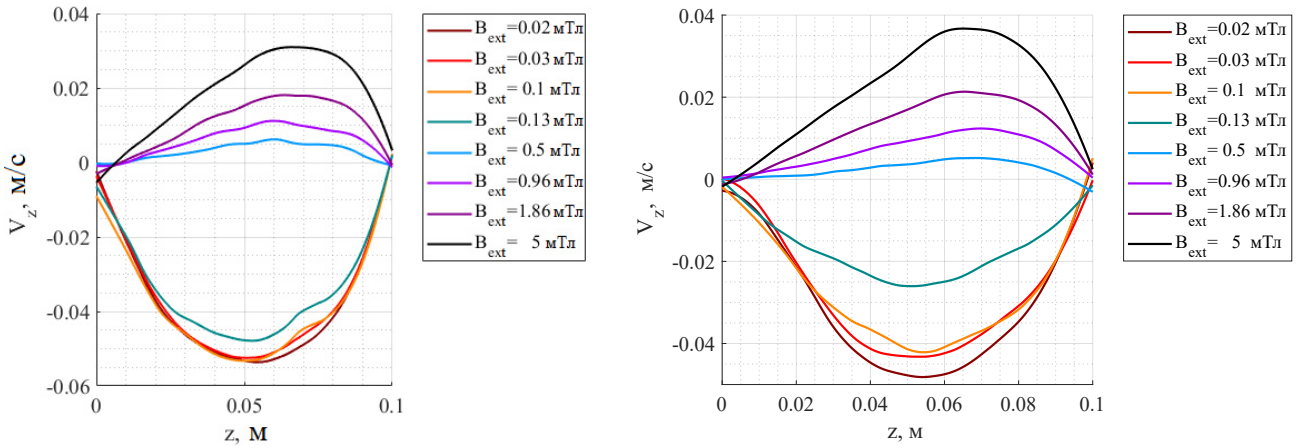
Экспериментальное исследование ЭВТ с радиальным растеканием тока показало, что в ячейке создается полоидальное течение в виде симметричного тора (см. рис. 2.24, а). Это объясняется тем, что электропроводность центрального медного электрода конечна ($\sigma_{Cu} = 56 \cdot 10^6$ См/м), при этом сам электрод зажат в дне ячейки посредством бронзовой муфты, электропроводность которой хоть и меньше на порядок электропроводности меди, но не равна нулю ($\sigma_{Brnz} = 4.5 \cdot 10^6$ См/м). В результате чего плотность электрического тока имеет не только радиальную компоненту. Как и в предыдущих экспериментах с локализованным центральным электродом со свободной (см. рис. 2.5) и твердой (см. рис. 2.24, б) границей наблюдается линейный рост интенсивности течения при увеличении значения тока. Важно подчеркнуть, что структура течений, возникающих в ячейке при рассмотренных конфигурациях качественно и количественно отличаются незначительно.



(а) (б)

Рис. 2.24. Профили средней вертикальной скорости V_z, усредненные по датчикам УДА, при различных значениях электрического тока I для твердой верхней границы при коаксиальном (а) и локализованном (б) токоподводах.

Аналогично случаю с локализованным центральным электродом, при коаксиальном токоподводе наложение дополнительного внешнего магнитного поля приводит к подавлению полоидального течения (см. рис. 2.25). При малых значениях вертикального магнитного поля структура течения не меняется до некоторого порогового значения, при этом скорость полоидального течения уменьшается.



(а) (б)

Рис. 2.25. Профили средней вертикальной скорости V_z, усредненные по датчикам УДА, при фиксированном электрическом токе I = 1000 А и различных магнитных полях B_{ext} для твердой верхней границы при коаксиальном (а) и локализованном (б) токоподводах.

При последующем повышении значений внешнего магнитного поля происходит перестройка течения, в результате которой направление полоидального течения жидкого металла меняется на противоположное, сопровождаясь азимутальным вращением жидкого металла. Из рис. 2.25 видно, что при использовании локализованного электрода изменения в профилях средней скорости наблюдаются уже при относительно слабых внешних магнитных полях. В то же время для эффективного подавления полоидального течения в цилиндрической полости с коаксиальным токоподводом необходимо более сильное магнитное поле, нежели в случае локализованного токоподвода [5]. Эта зависимость хорошо прослеживается при рассмотрении изменения числа Рейнольдса Re от индукции внешнего вертикального магнитного поля B_{ext} (см. рис. 2.26).

Описанный сдвиг критического значения магнитного поля является нетривиальным результатом. Изначально предполагалось, что изменение распределения электрического тока в сторону квазирадиального будет достаточным для усиления механизма подавления полоидального течения. Однако экспериментальные результаты свидетельствуют об обратном: при таком распределении тока полоидальное течение оказывается более устойчивым и сохраняется в немного большем диапа-

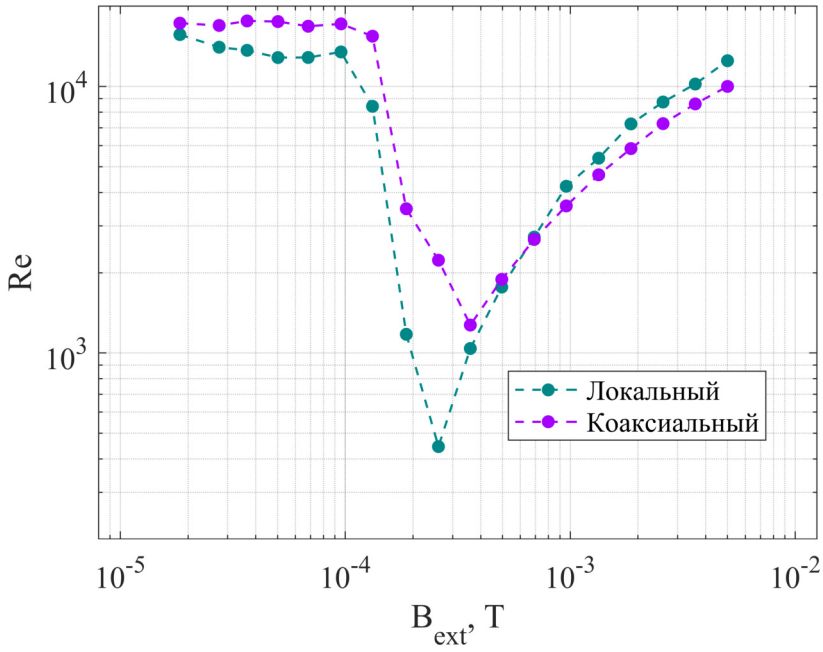


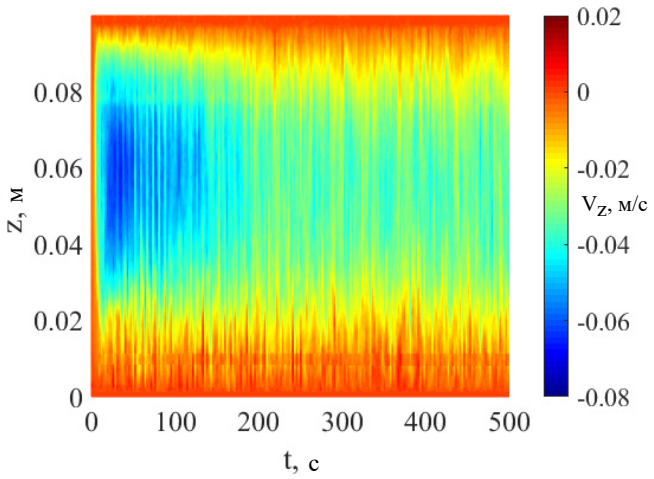
Рис. 2.26. Число Рейнольдса в зависимости от приложенного вертикального магнитного поля при I = 1000 А в случае локализованного (зеленые точки) и коаксиального (фиолетовые точки) токоподводов.

зоне значений B_{ext}. Это может быть объяснено наличием трения жидкого металла о цилиндрический электрод, а также менее дифференцированным вращением жидкости по высоте, в отличие от случая локализованного электрода в дне ячейки.

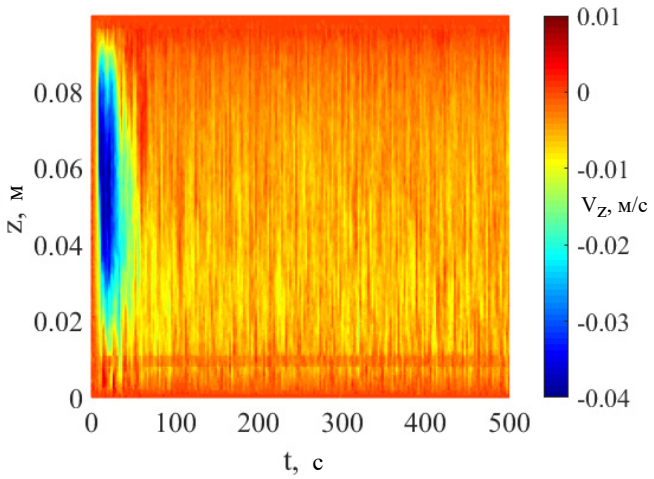
2.4.4. Переходные режимы электровихревого течения жидкого металла в цилиндрической ячейке со свободной поверхностью

В предыдущих разделах главы рассматривались установившиеся вихревые течения. Здесь же будут рассмотрены переходные процессы, возникающие в цилиндрической ячейке до выхода течений на стационар.

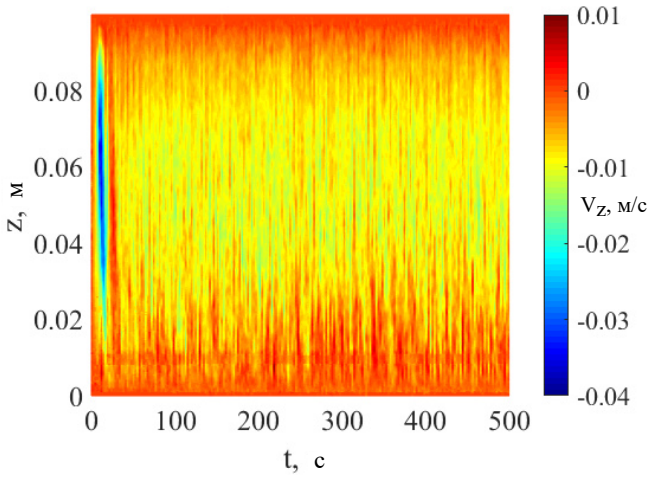
Рассматривается ЭВТ жидкого металла в цилиндрической ячейке со свободной верхней поверхностью с локальным центральным и боковым электродами. Каждый эксперимент начинается с покоящегося жидкого металла. К электродам ячейки подается ток, после этого сигналы УДА регистрируются в течение временного интервала около 20 мин. На рисунке 2.27 представлены данные первых 500 секунд измерений, полученные с одного из датчиков ультразвукового доплеровского



(а)



(б)



(в)

Рис. 2.27. Типичные временные ряды УДА для профиля вертикальной компоненты скорости $V_z(z,t)$ при $I = 1000$А: (а) – $B_{ext} = B_{Earth}$, (б) – $B_{ext} = B_{Earth} + 0,1$ мТл, (в) – $B_{ext} = B_{Earth} + 0,5$ мТл.

анемометра, фиксирующего вертикальную компоненту скорости течения при $r = 90$ мм. Приведены три случая: в первом эксперименте внешнее магнитное поле не прикладывалось и на течение воздействовало лишь магнитное поле Земли. Во втором эксперименте дополнительно наложено слабое вертикальное магнитное поле величиной $B_{ext} = 0.1$ мТл. В третьем – вертикальное магнитное поле $B_{ext} = 0.5$ мТл. В каждом случае наблюдается ярко выраженный переходный режим, во время которого полоидальное электровихревое течение нарастает, а затем затухает. Как видно, продолжительность этого режима сильно зависит от величины вертикального магнитного поля.

Переходный процесс количественно может быть оценен из эволюции максимальной плотности энергии, усредненной по вертикальному профилю (см. рис. 2.28), т. е. в каждый момент времени это значение рассчитывается путем предварительного усреднения (по азимуту) по всем датчикам УДА для получения $\langle V_z \rangle$ и последующего определения максимума $\langle V_z \rangle^2 (z)$. В условиях, когда внешнее магнитное поле отсутствует и воздействие ограничено лишь полем Земли, интенсивность полоидального течения со временем снижается незначительно. Однако даже слабое дополнительное вертикальное поле в 0.1 мТл приводит к снижению энергии уста-

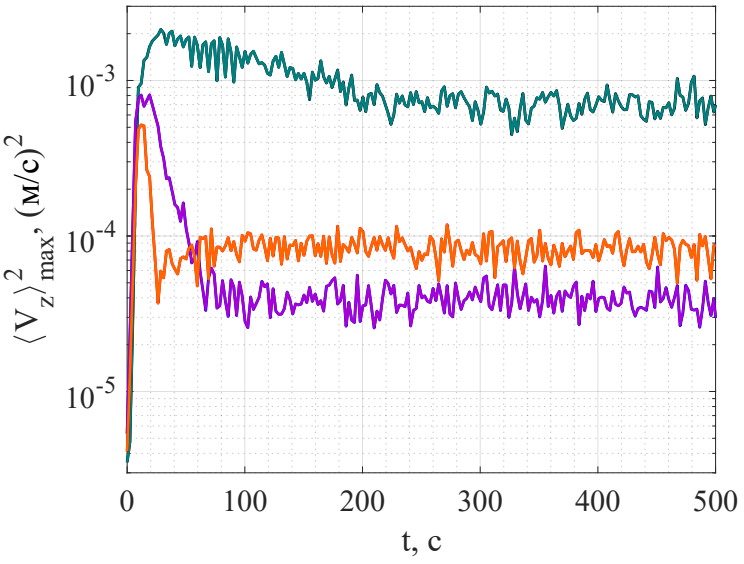


Рис. 2.28. Изменение со временем плотности энергии, усредненной по датчикам УДА при $I = 1000$ А. $B_{ext} = B_{Earth}$ (зеленый), $B_{ext} = B_{Earth} + 0,1$ мТл (фиолетовый), $B_{ext} = B_{Earth} + 0,5$ мТл (оранжевый).

новившегося течения примерно на порядок. При более сильном внешнем поле в 0.5 мТл подавление ЭВТ происходит значительно быстрее – в течение ~ 25 секунд (см. таблицу 2.1).

Таблица 2.1. Оценка времени переходного режима.

№ эксперимента	B_{ext}, мТл	Δt, с
1	0.05	200
2	0.1	65
3	0.5	25

Численное моделирование, выполненное соавторами в [4], позволило проанализировать интегральные характеристики течения и проследить динамику изменения энергии полоидальной и азимутальной компонент скорости для трех различных случаев: в отсутствии внешнего вертикального магнитного поля, под действием только магнитного поля Земли и при однородном аксиальном поле в 1 мТл (см. рис. 2.29). В случае ЭВТ (в отсутствии внешнего магнитного поля) энергия полоидального течения в 10 раз превышает энергию азимутального течения. При приложении магнитного поля Земли энергия ЭВТ сначала достигает того же уровня, но снижается на два порядка после того, как энергия азимутального течения примерно достигает значения энергии полоидального течения. Стоит отметить, что в эксперименте это снижение происходит гораздо мягче. В последнем случае азимутальное течение развивается настолько стремительно, что энергия полоидального течения не успевает достичь сколь угодно значимой величины.

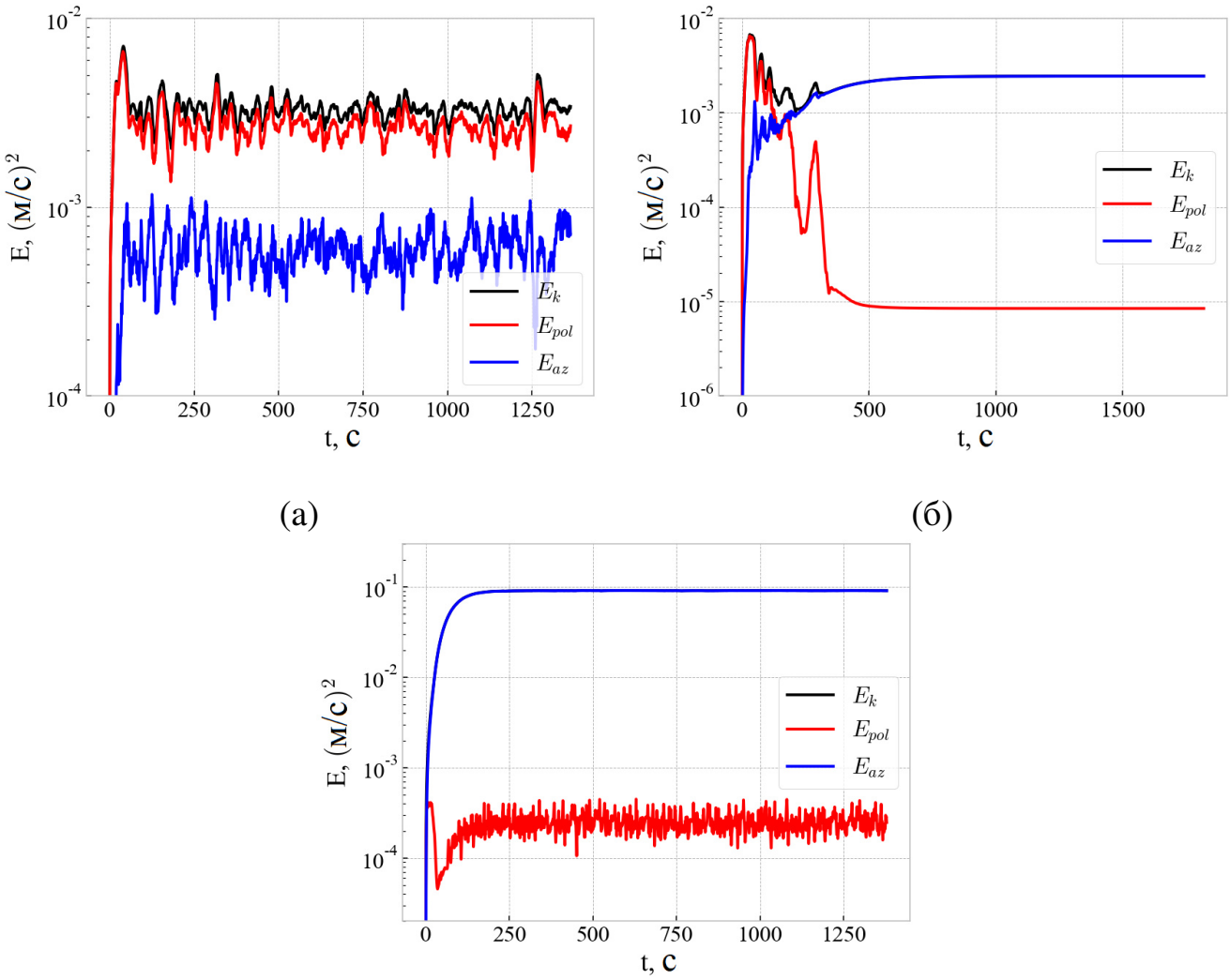


Рис. 2.29. Изменение со временем полной (черная линия), полоидальной (красная линия) и азимутальной (синяя линия) энергии течения, полученные в результате численного моделирования: в отсутствии внешнего магнитного поля (а), в слабом магнитном поле (~ поля Земли) (б), в сильном вертикальном магнитном поле 1 мТл (в).

2.5. Выводы по главе

Экспериментальное и численное исследование ЭВТ жидкого металла в цилиндрической ячейке с локализованным подводом тока показало, что во всей области ячейки существует тороидальный вихрь с восходящим течением в центре ячейки с нисходящим на периферии.

Наложение дополнительного внешнего магнитного поля приводит к значительной перестройке структуры течения. При малых магнитных полях (B_{ext} = 0.02 мТл)

в ячейке существует вращающийся относительно оси цилиндра вихрь в форме тора. Вращение локализовано преимущественно в центральной придонной области цилиндра, то есть неоднородное распределение тока обеспечивает сильное осевое и радиальное дифференциальное вращение. Азимутальное вращение жидкости с сильным уменьшением угловой скорости по высоте цилиндра приводит к образованию области с пониженным давлением над центральным электродом. Вертикальный перепад давления обеспечивает нисходящий поток вдоль оси цилиндрической ячейки и приводит к возникновению крупномасштабного полоидального конусообразного вихря в верхней центральной части ячейки, который расширяется в стороны к внешней стенке цилиндра (B_{ext} = 0.10 мТл). Дальнейшее увеличение магнитного поля (B_{ext} = 0.11 мТл) приводит к значительному подавлению полоидального течения и в ячейке наблюдаются три слабоинтенсивных вихря: исходное полоидальное течение в придонной области вблизи центрального электрода, конусообразный вихрь в верхней центральной части и вихрь вблизи внешней стенки цилиндра в верхней области. Азимутальное течение распространяется до верхней границы ячейки. При дальнейшем увеличении магнитного поля (B_{ext} = 1.00 мТл) в ячейке начинает доминировать верхний тороидальный вихрь, а азимутальная скорость становится практически однородной по высоте и радиусу, за исключением тонких пограничных слоев около твердых стенок. Вблизи дна сохраняется слабый остаточный тороидальный вихрь, возникший в результате подкачки Экмана.

Экспериментальное исследование ЭВТ с радиальным растеканием тока показало, что в ячейке создается полоидальное течение в виде симметричного тора. Это объясняется тем, что электропроводность центрального медного электрода конечна, при этом сам электрод зажат в дне ячейки посредством бронзовой муфты, электропроводность которой хоть и меньше на порядок электропроводности меди, но не равна нулю. В результате чего плотность электрического тока имеет не только радиальную компоненту. Как и в предыдущих экспериментах с локализованным центральным электродом со свободной и твердой границей наблюдается линейный рост интенсивности течения при увеличении значения тока. Важно подчеркнуть,

что структура течений, возникающих в ячейке при рассмотренных конфигурациях качественно и количественно отличаются незначительно.

Экспериментальное исследование течения жидкого металла со свободной поверхностью в цилиндрическом объеме с локализованным подводом тока показывает, что наличие внешнего постоянного магнитного поля существенно влияет на развитие ЭВТ. При подаче тока, протекающего через находящуюся под действием вертикального постоянного магнитного поля ячейку, наблюдается переходный режим, в течение которого полоидальное электровихревое течение усиливается, а затем ослабевает. Продолжительность этого процесса зависит от величины магнитного поля: при увеличении поля, время переходного процесса уменьшается.

ГЛАВА 3

КРУГОВАЯ ПОВЕРХНОСТНАЯ ВОЛНА

3.1. Введение и постановка задачи

Закрученные потоки электропроводящих жидкостей играют важную роль в различных технологических устройствах и производственных процессах, например при литье металлов и сплавов. А наличие свободной поверхности вносит дополнительные сложности в изучении физики процессов. Стабильность поверхностей жидких металлов является существенной проблемой крупномасштабных технологических жидкометаллических устройств, таких как алюминиевые электролизеры [51, 106]. Своеобразие поверхностных (гравитационных) волн в жидких металлах связано с тем, что большую роль в их возбуждении могут играть электромагнитные силы. Сильные токи, протекающие в электролизерах, генерируют поверхностные волны, которые могут приводить к коротким замыканиям.

В последние годы устойчивость поверхности жидких металлов под действием сильного электрического тока стала широко обсуждаемой проблемой в контексте создания жидкометаллических батарей (ЖМБ) больших объемов, которые разрабатываются как перспективный кандидат для хранения электроэнергии в масштабах энергосети [58]. Обеспечивая высокие токи заряда/разряда, долговечность за счет низкой скорости деградации компонентов и низкой стоимости, ЖМБ оказываются полезными как для развития возобновляемой энергетики (аккумулирование энергии от ветряков и солнечных батарей), так и для модернизации ядерной энергетики (сглаживание неравномерности энергопотребления днем и ночью при постоянной работе реактора в штатном режиме) [147, 148].

В таких устройствах прохождение высокого электрического тока через границу раздела создает сильную поверхностную волну — Metal Pad Roll (MPR) неустойчивость, которая может вызвать значительные повреждения в многослойной

системе [110]. MPR неустойчивость проявляется в виде волнообразного движения электропроводной среды, напоминающее покачивание «подушки» металла в электролизере. В случае цилиндрического сосуда эта волна возникает в жидком металле в виде наклона межфазной границы, которая вращается вокруг оси ячейки. Эти проблемы положили начало теоретическим и численным исследованиям MPR-неустойчивости в ЖМБ-подобных системах [109, 112].

Наряду с проблемой возникновения неустойчивости MPR важным является изучение особенностей стационарных (квазистационарных) режимов круговой поверхностной волны (КПВ), для которых требуется соответствующая МГД-система. Известные экспериментальные исследования этих режимов проводились в цилиндрических ячейках, размещенных на шейкере [111, 149–151]. В этих работах изучены различные виды механизмов нестабильности, способные возбуждать потенциально опасные межфазные волны в двух важных устройствах: во-первых, в алюминиевых электролизерах Холла-Эру и, во-вторых, в жидкометаллических батареях, о которых упоминалось ранее.

Изучение круговой поверхностной волны возможно провести на экспериментальной установке, представленной в данной работе (см. главу 1), выполнив некоторую модификацию. Рассматривается цилиндрическая ячейка, заполненная жидким металлом, которая находится в поле силы тяжести и во внешнем однородном вертикальном магнитном поле (см. рис. 3.1). Ток в ячейку подается

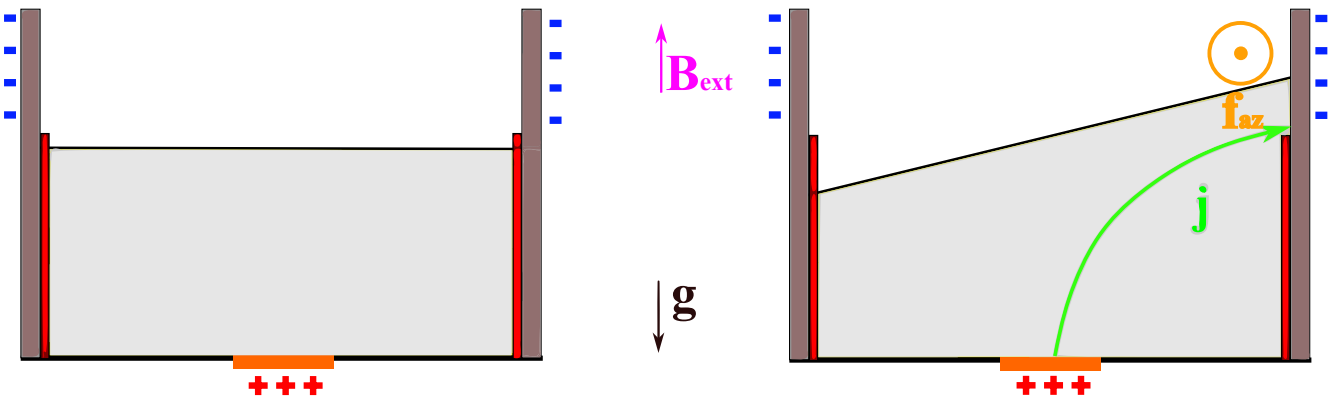


Рис. 3.1. Схематическая постановка задачи: в состоянии покоя (слева) и при режиме круговой поверхностной волны (справа).

посредством центрального медного электрода и внешнего кольцевого электрода. Уровень жидкого металла в ячейке заведомо ниже уровня кольцевого электрода, в результате чего в состоянии покоя ток через ячейку не протекает. При внесении возмущения на поверхность среды возможна ситуация, когда жидкий металл соприкоснется с кольцевым электродом, в результате чего начнет течь электрический ток через ячейку, который, взаимодействуя с внешним магнитным полем, приводит к возникновению азимутальной компоненты электромагнитной силы – возникает КПВ.

В данной главе представлена экспериментальная МГД-установка, позволяющая генерировать устойчивую КПВ в неподвижной ячейке, заполненной жидким металлом. Целью исследования является экспериментальное изучение характеристик генерируемой КПВ.

3.2. Методика эксперимента

Экспериментальная установка (см. рис. 3.2) представляет собой цилиндрическую ячейку из нержавеющей стали с внутренним радиусом $R = 100$ мм и высотой 150 мм. Дно ячейки выполнено из оргстекла и плотно соединено с боковой стенкой. Нижняя часть внутренней поверхности стенки ячейки изолирована на высоту 80 мм. Ячейка заполнена сплавом галлия $Ga_{86.3}Zn_{10.8}Sn_{2.9}$ (мас.%) до уровня $h_0 = 74$ мм (на $\delta H = 6$ мм ниже границы изоляции). Физические свойства металла аналогичны тем, что представлены в предыдущей главе. В верхнюю часть ячейки непрерывно подается аргон для минимизации окисления свободной границы жидкого металла.

Дно из плексигласа имеет восемь шлюзов для датчиков ультразвукового доплеровского анемометра (УДА), расположенных на расстоянии $r = 90$ мм от центральной оси ячейки. УДА DOP 5000 позволяет измерять профили вертикальных составляющих скорости $V_z(z)$ и отраженных от фазовых границ эхо-сигналов. Для регистрации положения свободной границы жидкого металла вокруг внешней стороны стенки ячейки установлены восемь индукционных датчиков уровня (ИДУ).

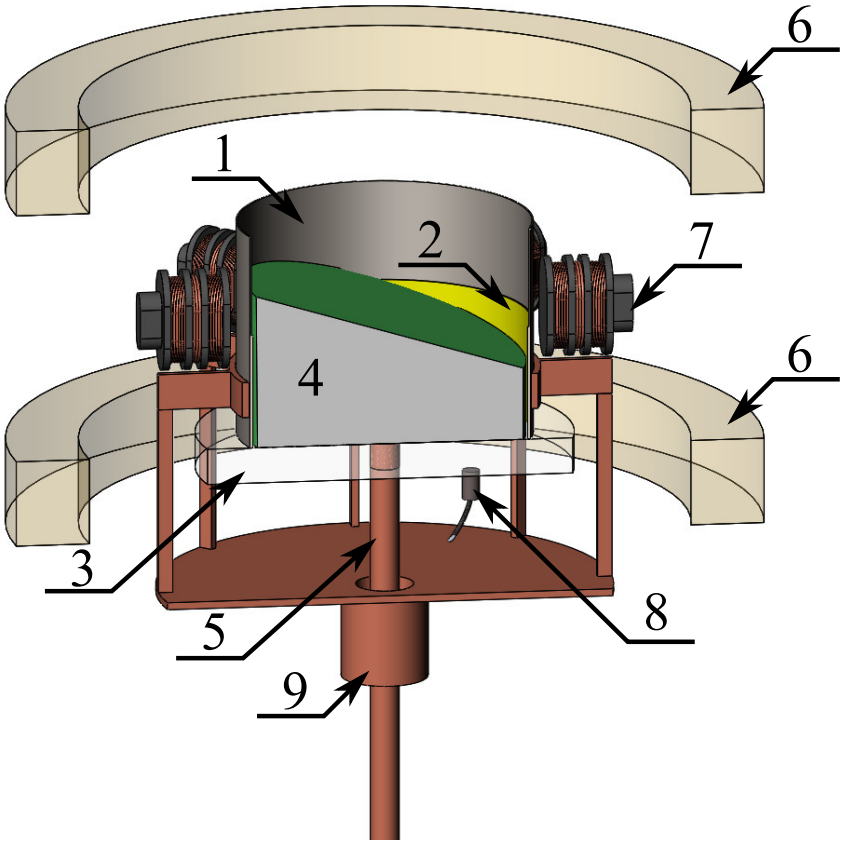


Рис. 3.2. Схема экспериментальной установки: 1 – цилиндрическая ячейка из нержавеющей стали; 2 – изоляционное покрытие; 3 – плексигласовое дно; 4 – жидкий галлиевый сплав GaZnSn; 5 – центральный медный электрод; 6 – катушки Гельмгольца; 7 – индукционный датчик уровня; 8 – ультразвуковой датчик скорости; 9 – внешний медный электрод.

Цилиндрический медный катод диаметром $d = 30$ мм расположен на оси ячейки. Торец катода залужен и совмещен с дном. Верхняя часть боковой стенки служит анодом, питание которого осуществляется через медную трубку, коаксиально установленную снаружи катода. Этот коаксиальный токоподвод в значительной степени компенсирует собственное магнитное поле питающих кабелей. Блок питания обеспечивает постоянный ток до 700 А. Пара катушек Гельмгольца создает постоянное вертикальное магнитное поле.

Методика генерации КПВ в эксперименте заключается в следующем. Первоначально жидкий металл в ячейке находится в покое, катушки Гельмгольца создают постоянное вертикальное магнитное поле, питание включено (на электроды ячейки подается напряжение), но ток через ячейку не протекает. Затем поверхность жид-

кого металла механически возмущается так, как показано на рис. 3.2. В результате этого определенный объем жидкости контактирует с неизолированной частью бокового электрода, что заставляет электрический ток течь через ячейку. Этот ток взаимодействует с внешним магнитным полем, которое в свою очередь генерирует азимутальную составляющую электромагнитной силы. При определенных условиях наряду с вращением жидкости внутри слоя возникает стационарная азимутальная волна, являющаяся по сути КПВ (см. рис. 3.3). После установления стационарного режима КПВ задаются конкретные значения величины тока и магнитного поля.

Рис. 3.3. Поверхность жидкого металла во время стационарного режима КПВ (раскадровка видео, шаг по времени ~ 66.6 мс).

В качестве инструментов исследования динамики поверхности и течений, возникающих внутри ячейки, выступают ультразвуковой доплеровский анемометр (УДА) и индукционный датчик уровня (ИДУ).

Форму границы жидкого металла можно определить по профилю ультразвукового эха. Скачок акустического импеданса среды на границе раздела фаз (например, жидкость/газ) обеспечивает многократное отражение (ультра)звуковых волн. Этот эффект приводит к искажению акустического сигнала, что делает невозможным

определение скорости потока в непосредственной близости от границы раздела фаз. Однако тот же эффект позволяет определить положение границы жидкого металла по характерному пику в пространственном эхо-профиле [123, 124, 137].

На рис. 3.4 показан типичный профиль ультразвукового эха, полученный в ходе эксперимента КПВ. Локальные максимумы в нижней части профиля ($-0.02 < z < 0$ m, ось z направлена вертикально вдоль ультразвукового луча, начало оси координат лежит на дне ячейки) обусловлены прохождением ультразвука через дно ячейки и контактный слой ультразвукового геля. Полезную информацию дает локальный максимум в диапазоне $0.06 < z < 0.08$ m. Положение

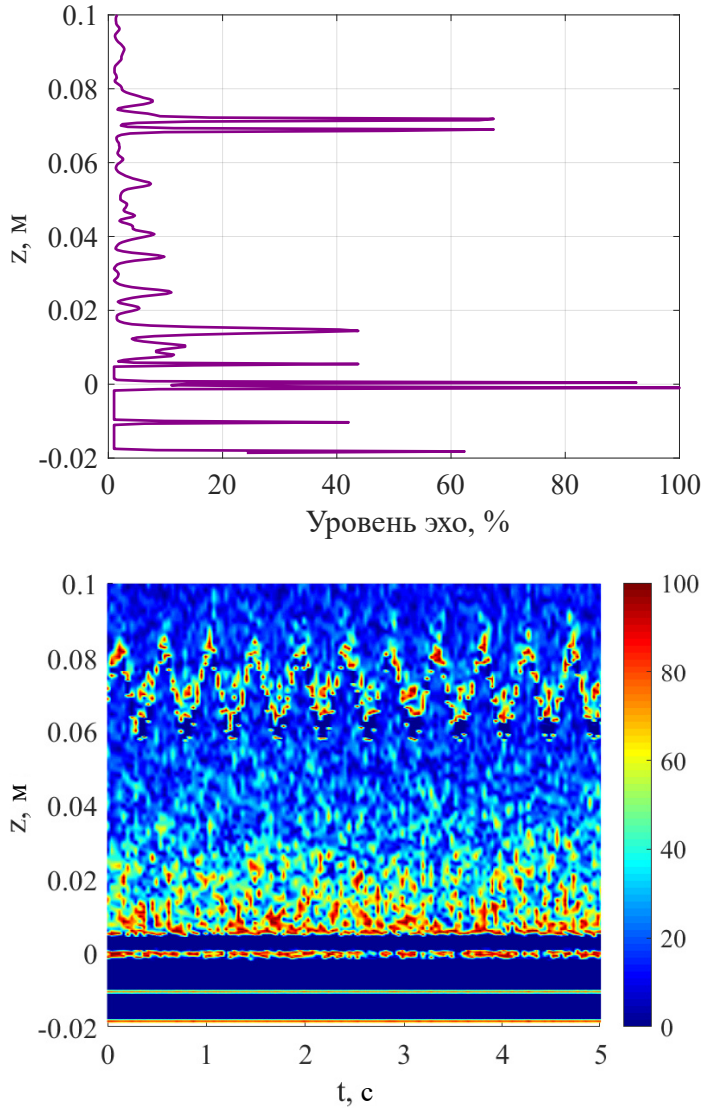


Рис. 3.4. Типичный профиль эха (сверху) и его пространственно-временная карта (снизу). Пульсации в диапазоне $[0.06 - 0.08]$ m соответствуют колебаниям КПВ.

этого локального пика на оси координат соответствует уровню жидкого металла над датчиком УДА. Колебания свободной поверхности проявляются как изменение положения локального максимума в профиле эхо-сигнала и хорошо видны на пространственно-временной эхо-карте (рис. 3.4, снизу). Данные УДА регистрируются на частоте 24 Гц, а характерная частота КПВ не превышает 3 Гц.

Локальное положение верхней границы жидкого металла также фиксируется восемью ИДУ, установленными вокруг ячейки на уровне верхней границы изоляции стенки. Каждый ИДУ включает в себя три коаксиальные катушки. Центральная катушка создает переменное магнитное поле, а две крайние катушки являются измерительными катушками. Положение поверхности жидкого металла определяется по среднеквадратичной разности ЭДС на двух измерительных катушках [6, 7, 9, 130].

Расположение датчика уровня на экспериментальной установке показано на рис. 3.5. Каждый датчик был предварительно откалиброван путем определения невозмущенного горизонтального положения уровня металла. Отклик датчика представлен сигмоидальной кривой, центральная часть которой соответствует положениям уровня металла в пределах внутреннего размера катушек датчика и является практически линейной.

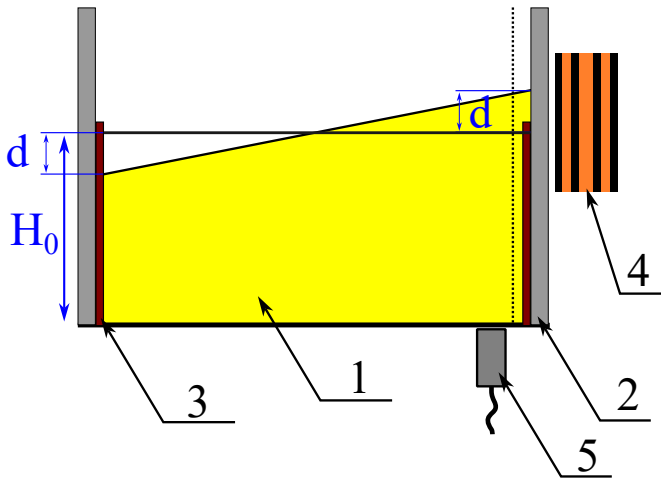


Рис. 3.5. Расположение датчика уровня относительно экспериментальной установки: 1 – жидкий металл, 2 – токопроводящая стенка ячейки, 3 – изоляционный слой, 4 – ИДУ, 5 – датчик УДА. Пунктирной линией обозначен скин-слой. металла..

Колебания уровня жидкого металла обеспечивают вариации напряжения на измерительной катушке ИДУ, которые проявляются в виде низкочастотной модуляции высокочастотного сигнала (см. рисунок 3.6, сверху).

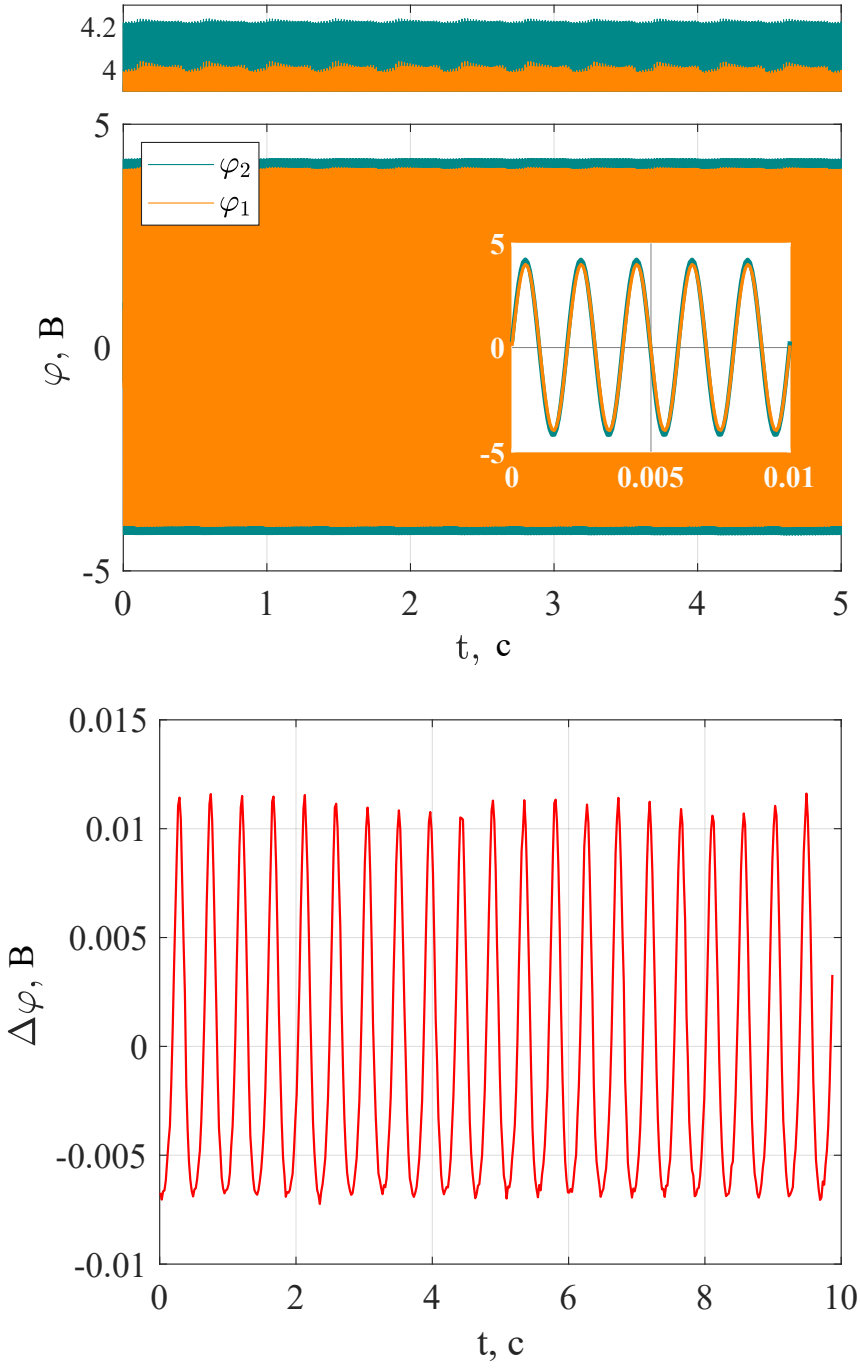


Рис. 3.6. Сигналы измерительных катушек (сверху) и полезный сигнал (снизу) ИДУ.

При практически постоянном напряжении φ_2 напряжение φ_1 демонстрирует периодическое изменение на фоне основной гармоники генерирующего поля частотой $\nu = 500$ Гц. При обработке первичных аналоговых сигналов ИДУ вычисляется разность $\Delta\varphi$ действующих значений напряжений на измерительных катушках за короткий период времени ($\Delta t \sim 0.02$ с), внутри которого содержится целое число волн с частотой ν (3.1-3.3). На рис. 3.6 снизу показан типичный полезный сигнал ИДУ $\Delta\varphi$.

$$\varphi_i(t) = A_{\varphi_i}(t)\sin(2\pi\nu t), \tag{3.1}$$

$$\varphi_i(\Delta t) = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\left[A_{\varphi_i}(\Delta t)\sin(2\pi\nu t_j)\right]^2} \approx \frac{A_{\varphi_i}(\Delta t)}{\sqrt{2}}, \tag{3.2}$$

$$\Delta\varphi(\Delta t) = \varphi_2(\Delta t) - \varphi_1(\Delta t), \tag{3.3}$$

где $A_{\varphi_i}(t)$ – полезный сигнал ИДУ, ν – частота генерирующего поля, $\Delta t = \frac{k}{2\pi\nu}$ – отрезок времени (k – целое число).

В результате из рассмотрения исключается высокочастотная составляющая сигнала, при этом сохраняется полезная информация о низкочастотных пульсациях напряжения. Таким образом, выходной сигнал ИДУ является результатом фильтрации нижних частот. Как будет показано далее, характерная частота гидродинамических явлений порядка нескольких Герц. Таким образом, ИДУ обладает высокой чувствительностью и малым временем отклика, но требует калибровки, которая производится путем сравнения записей УДА и ИДУ.

На рис. 3.7 показаны типичные сигналы, зарегистрированные УДА и ИДУ во время эксперимента КПВ. Два сигнала следуют друг за другом, причем сигнал ИДУ заметно четче, как видно из спектральной плотности мощности, показанной справа на том же рисунке. Поэтому запись УДА используется для калибровки, а ИДУ служит основным датчиком уровня в последующих экспериментах.

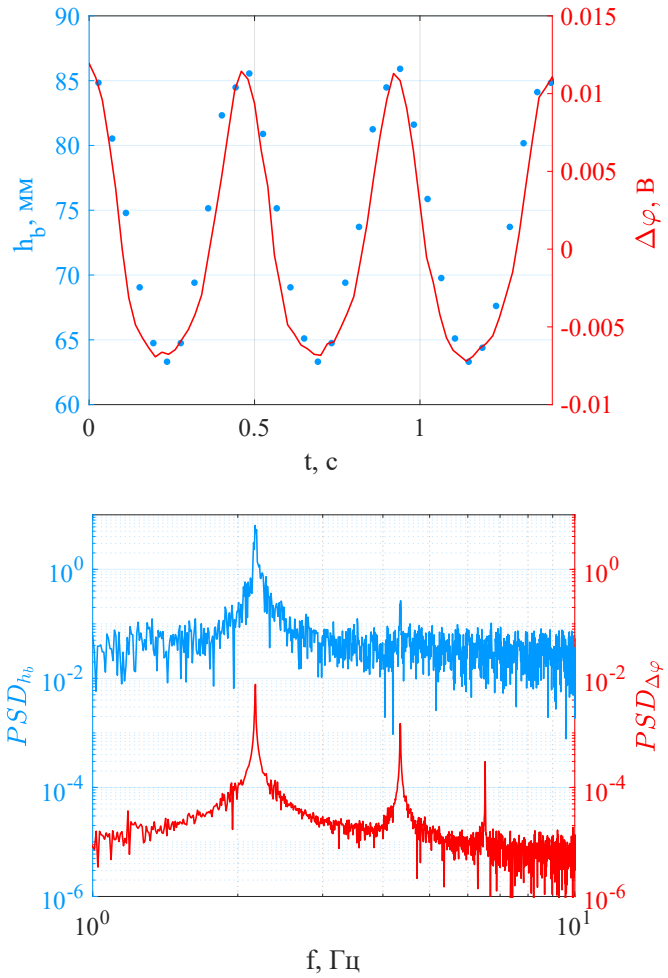


Рис. 3.7. Сверху – уровень поверхности, зарегистрированный УДА (синие точки), и разность напряжений, зарегистрированная ИДУ (красная линия); снизу – спектральная плотность мощности (PSD) соответствующих сигналов.

3.3. Результаты

3.3.1. Амплитудно-частотная характеристика КПВ

Свободная азимутальная гравитационная волна в цилиндрической ячейке имеет собственную частоту [152]:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g\varepsilon_1}{R}\tanh\left(\frac{\varepsilon_1 h_0}{R}\right)}, \tag{3.4}$$

где R – радиус ячейки, g – ускорение свободного падения, ε_1 – первый корень производной функции Бесселя первого рода.

Для исходной экспериментальной установки уравнение (3.4) дает

$$f_0 \approx 2.00 \text{ Гц}. \tag{3.5}$$

Используя f_0^{-1} в качестве единицы времени и R в качестве единицы длины, запишем уравнение Навье-Стокса в безразмерной форме:

$$\partial_t \mathbf{v} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = -\nabla p + \mathrm{Re}^{-1}\Delta \mathbf{v} + \mathrm{S}(\mathbf{j} \times \mathbf{e_z}), \tag{3.6}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \tag{3.7}$$

$$\mathrm{Re} = \frac{R^2 f_0}{\nu}, \tag{3.8}$$

$$\mathrm{S} = \frac{I B_{ext}}{\rho R^3 f_0^2}, \tag{3.9}$$

где Re – число Рейнольдса, а S – параметр взаимодействия, I – ток, протекающий через ячейку, B_{ext} – внешнее вертикальное магнитное поле, ρ и ν – плотность и кинематическая вязкость галлиевого сплава.

На рис. 3.8 показаны два примера осциллограмм, зарегистрированных ИДУ. Первый сигнал зарегистрирован при сравнительно небольшом протекающем токе (I = 400 А, B_{ext} = 3.7 мТ), а второй сигнал – при токе I = 600 А и наличии магнитного поля B_{ext} = 7.4 мТ. В обоих случаях наблюдаются устойчивые КВП, приводящие к квазирегулярным колебаниям поверхности. Стоит отметить, что положение поверхности вблизи датчика отсчитывается от уровня невозмущенного металла. Вращение металла приводит к его смещению к периферии, из-за чего среднее значение уровня металла у стенки существенно превышает значение $d = 0$. Локальные максимумы и минимумы сигнала определяются как d_{max} и d_{min} соответственно. Стандартное отклонение локальных максимумов и минимумов квазигармонического сигнала ИДУ определяются как δd_{max} и δd_{min}. Видно, что при слабом вращении вариации локальных максимумов и минимумов уровня достаточно симметричны ($\delta d_{max} \sim \delta d_{min}$). При сильном вращении локальные максимумы уровня существенно более устойчивы, чем локальные минимумы ($\delta d_{max} \ll \delta d_{min}$).

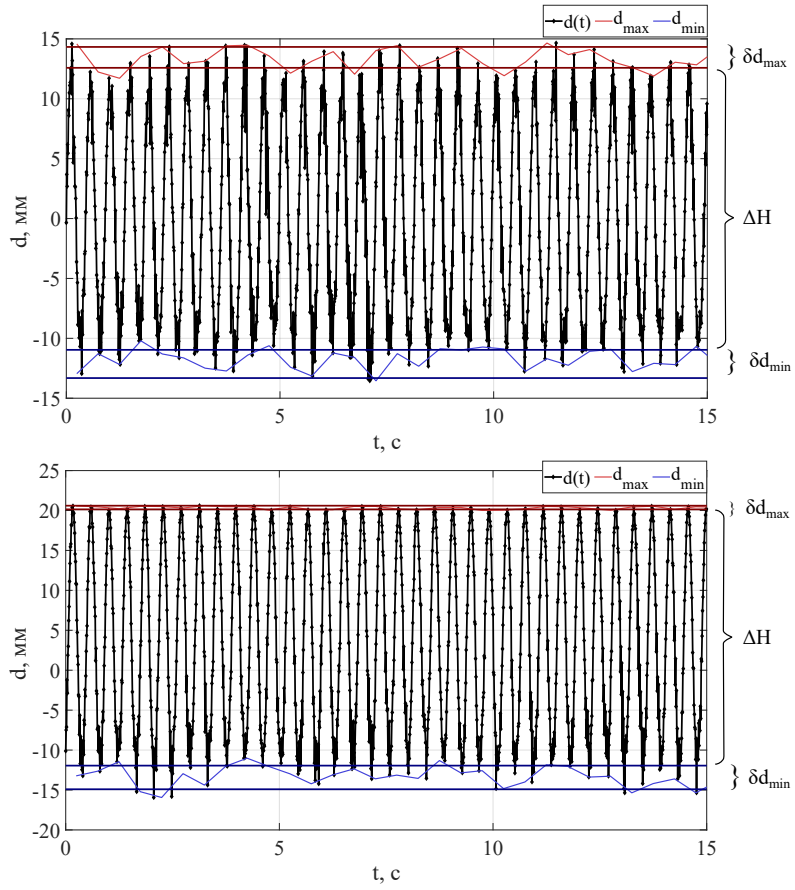


Рис. 3.8. Осциллограммы ИДУ для I = 400 А, B = 3.7 мТ (вверху) и I = 600 А, B = 7.4 мТ (внизу).

Амплитуду КПВ можно описать величиной:

$$\Delta H = \frac{\langle d_{max} \rangle - \langle d_{min} \rangle}{2} \pm \frac{\delta d_{max} + \delta d_{min}}{2}. \tag{3.10}$$

Последний член $(\delta d_{max} + \delta d_{min})/2$ характеризует неопределенность измерения ΔH, обусловленную нерегулярностью колебаний свободной поверхности. Угловые скобки указывают на усреднение по времени измерения. Таким образом, КПВ характеризуется амплитудой ΔH и частотой f колебаний.

Осциллограммы колебаний поверхности и их спектры, представленные на рис. 3.6, подтверждают существование доминирующей частоты. На рис. 3.9 показана зависимость этой доминирующей частоты от величины приложенного магнитного поля для различных токов. Стоит отметить, что в экспериментах КПВ инициируется для каждого фиксированного тока при наибольшем доступном магнитном поле ($B_{ext} \sim 7$ мТл). После этого измеряются характеристики КПВ для убывающей последовательности значений B_{ext}. Крайняя левая точка для каждого тока соответ-

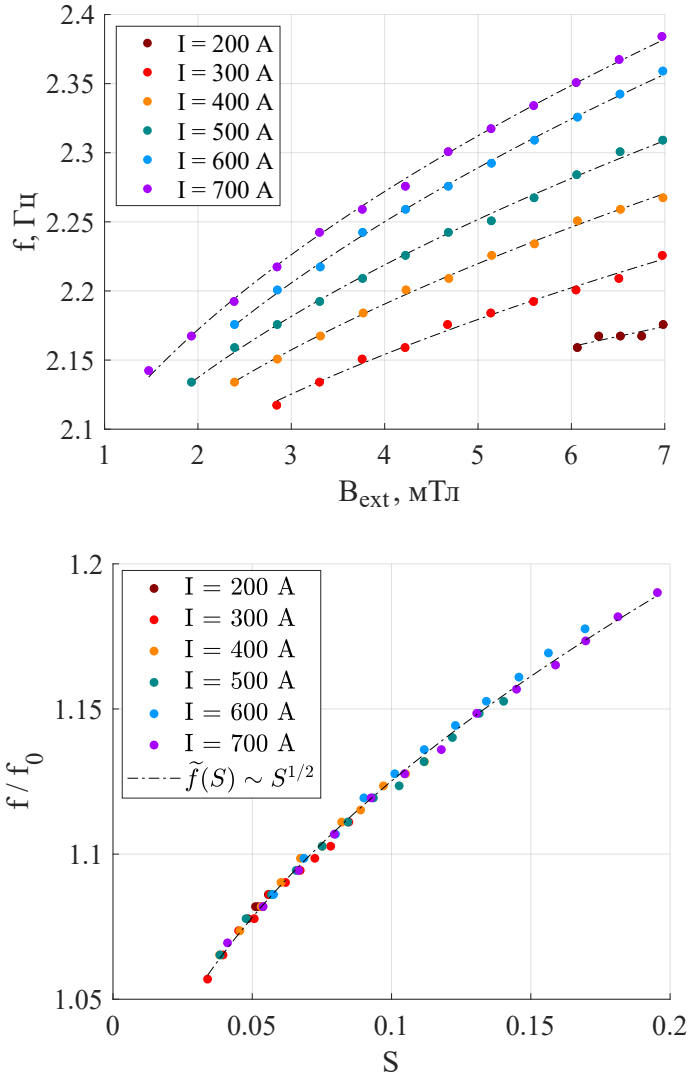


Рис. 3.9. Частота колебаний КПВ в зависимости от B_{ext} (сверху) и безразмерная частота в зависимости от безразмерного параметра S (снизу) для различных токов I.

ствует минимальному магнитному полю, при котором наблюдалась стационарная КПВ. Таким образом, можно сказать, что КПВ существует только при достаточно сильном форсировании.

На рис. 3.9 видно, что увеличение интенсивности воздействия (как за счет величины внешнего магнитного поля, так и за счет тока) вызывает рост частоты колебаний КПВ. Снизу на рис. 3.9 представлена зависимость безразмерной частоты от параметра взаимодействия S. Все данные попадают в общую кривую, которая хорошо аппроксимируется корневой зависимостью

$$\widetilde{f}(\mathrm{S}) = \frac{f(\mathrm{S})}{f_0} = 0.967 + 0.5\sqrt{\mathrm{S}}. \tag{3.11}$$

Полученное значение $f(0) = 1.934$ Гц близко к теоретическому значению f_0 (3.5) и примерно на 3% меньше. То есть можно предположить, что при S $\to$ 0 частота колебаний стремится к собственной частоте f_0 (3.4).

Амплитуда колебаний поверхности зависит от воздействия, но значения, полученные в разных сериях экспериментов, значительно менее стабильны (по сравнению с частотой). На рис. 3.10 (сверху) показана зависимость амплитуды колебаний от приложенного магнитного поля, измеренная в серии опытов при различных токах. В каждой серии амплитуда монотонно возрастает с ростом B_{ext}, но сравнение опытов с разными токами не выявило четкой зависимости от тока I.

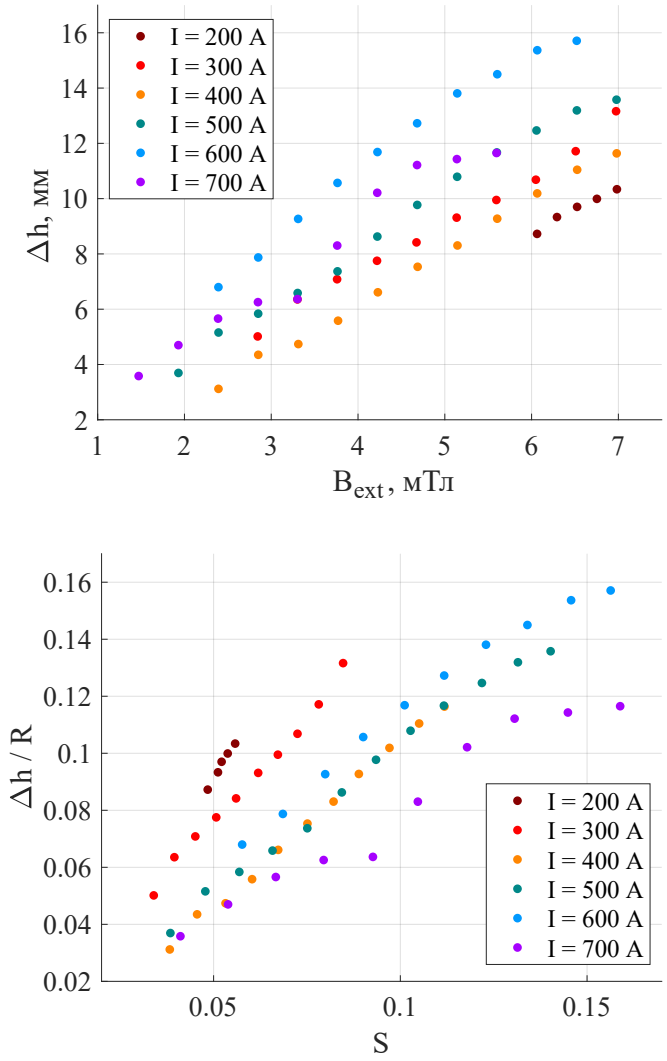


Рис. 3.10. Амплитуда колебаний КПВ в зависимости от внешнего магнитного поля B_{ext} (сверху) и безразмерная амплитуда в зависимости от безразмерного параметра S (снизу) для различных токов I.

Снизу на рис. 3.10 показаны безразмерные амплитуды колебаний в зависимости от параметра S. В общем случае амплитуда уменьшается с ростом тока, но не строго (так, амплитуда при $I = 600$ А больше, чем при $I = 500$ А). Хотя параметр S (как и электромагнитная сила) содержит произведение тока на магнитное поле, амплитуда колебаний не реагирует на них одинаково. При фиксированном магнитном поле (сверху) амплитуды в основном возрастают с током, а в безразмерном виде (при фиксированном S, снизу) наоборот.

Данное неоднозначное поведение амплитуды от силового параметра можно объяснить наличием залуженных областей в кольцевом электроде, которые возникали при малых значениях силового параметра в результате разрыва электрической цепи. Проведение дополнительной серии экспериментов с изменением его протокола позволило нивелировать смачиваемость стенки галлием и получить следующие результаты.

Во-первых, определение показателя степени γ в виде

$$f(\mathrm{S}) = f_0 + \alpha \mathrm{S}^{\gamma}. \tag{3.12}$$

осложняется тем, что наблюдаемые частоты лишь незначительно (в пределах 25%) отличаются от собственной частоты, что требует более точного расчета частоты f_0. Во-вторых, важно выяснить закон изменения амплитуды волны.

Для уточнения значения собственной частоты колебаний исследовался процесс затухания КПВ после выключения источника тока. На рис. 3.11 представлен пример сигнала ИДУ и его вейвлет-спектрограммы, которая включает 20 с до выключения тока и около 160 с после. КПВ характеризуется устойчивой доминирующей частотой $f = 2.49$ Гц. При выключении тока колебания экспоненциально затухают, а частота смещается в сторону меньших значений, асимптотически стремясь к собственной частоте поверхностных колебаний $f_0 = 2.02 \pm 0.01$ Гц. Вейвлет-анализ проводился с использованием вейвлета Морле в виде $\psi = e^{2\pi i t} e^{-t^2/2\sigma^2}$ с $\sigma = 4.5$, что обеспечивает хорошее спектральное разрешение [153].

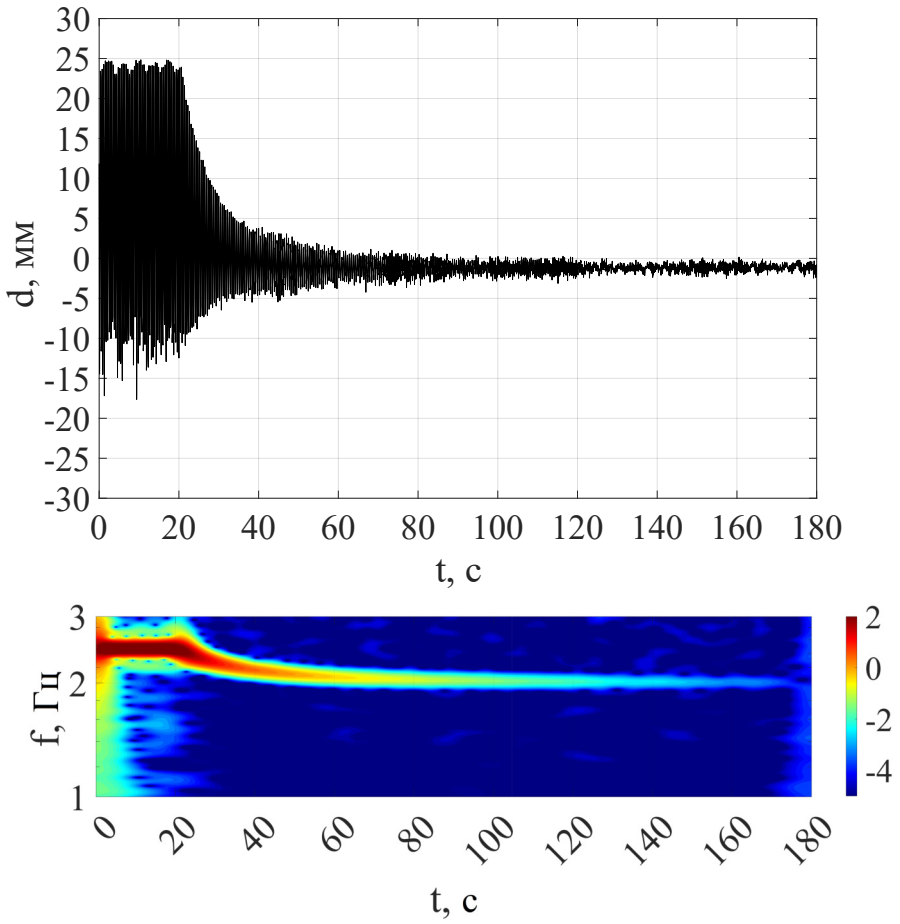


Рис. 3.11. Свободное затухание КПВ: сигнал ИДУ (сверху) и его вейвлет-спектрограмма (снизу).

Для проверки степенного закона (3.12) строится график сдвига частоты $f - f_0$ в зависимости от параметра S в двойных логарифмических координатах (см. рис. 3.12). Фактически, показаны две зависимости: одна для $f_0 = 1.93$ Гц, что дает $\gamma = 0.5 \pm 0.02$, а другая для $f_0 = 2.02$ Гц, что дает $\gamma = 0.68 \pm 0.02$. В обоих случаях используются ранее описанные данные (пустые кружки) и новые данные из текущей серии экспериментов (заполненные кружки). Видно, что выбор собственной частоты сильно влияет на показатель степенного закона. Принимая во внимание более точное определение собственной частоты, получаем аппроксимацию в виде $f - f_0 \sim \mathrm{S}^{0.68}$.

На рис. 3.12 также приведены результаты измерения амплитуды КПВ при разных значениях силового параметра, полученные в новой серии экспериментов. Неопределенность в оценках амплитуды существенно выше, но видна степенная зависимость с наклоном, близким к наклону для частоты.

На рис. 3.13 показаны безразмерные амплитуды волны $\Delta H/R$ в зависимости от безразмерной частоты f/f_0. Как видно, амплитудно-частотная характеристика линейна, что свидетельствует о схожей функциональной зависимости амплитуды и частоты КПВ от внешней силы.

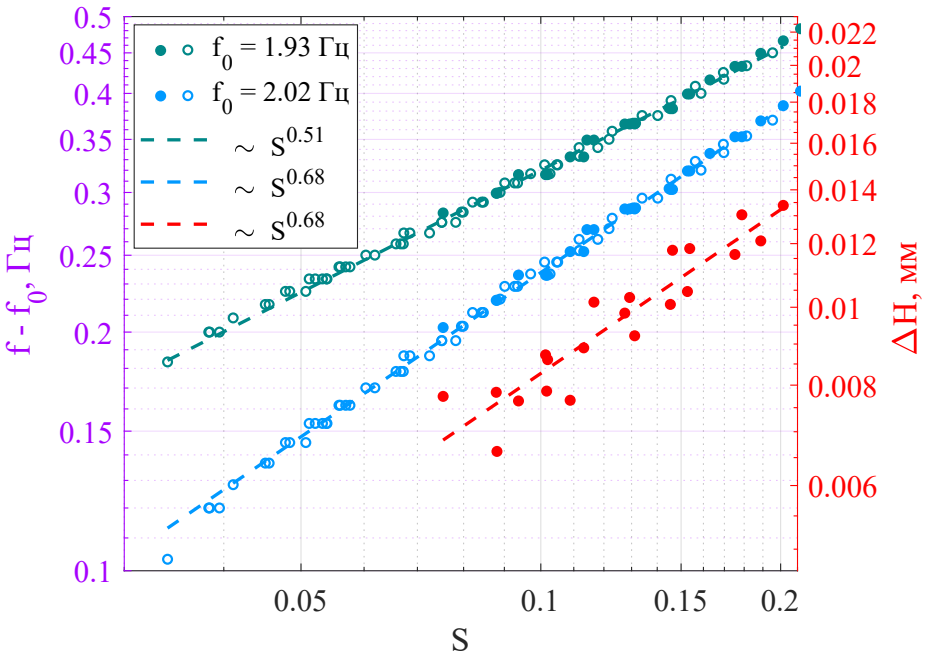


Рис. 3.12. Сдвиг частоты $f - f_0$ и амплитуда волны ΔH в зависимости от параметра S в двойных логарифмических координатах.

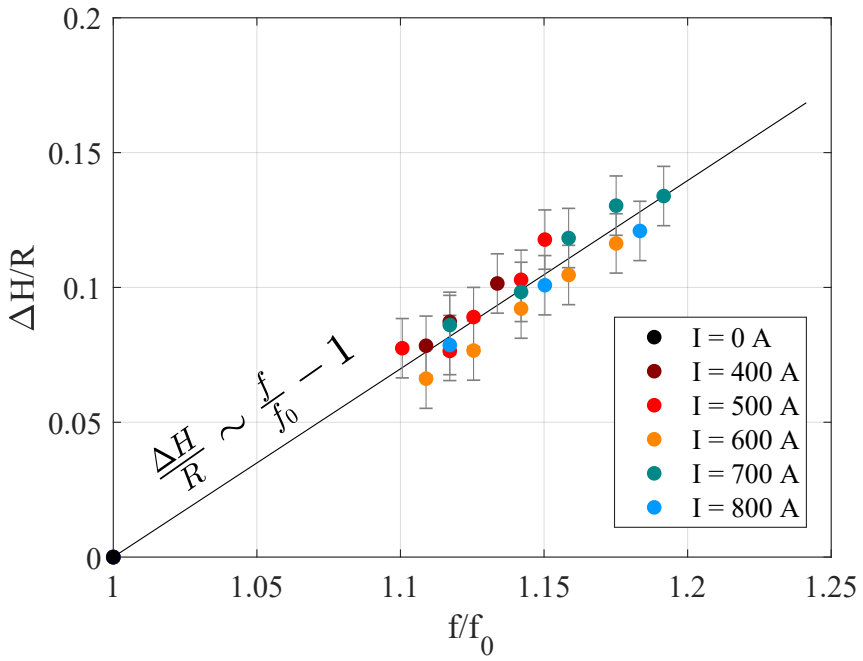


Рис. 3.13. Безразмерная амплитудно-частотная характеристика КПВ.

3.3.2. Механизм поддержания КПВ в МГД-ячейке

Первостепенное значение для понимания механизма поддержания круговых волн имеет установленный выше факт наличия линейной зависимости между амплитудой и частотой (скоростью вращения) круговой волны, создаваемой электромагнитными силами.

Другой важный момент касается связи поверхностной волны со структурой поля скоростей в ячейке. Фазовая скорость азимутальной волны у стенки больше 1 м/с. Азимутальная скорость жидкого металла в эксперименте не измерялась, но моделирование, проведенное для аналогичной жидкометаллической ячейки в вертикальном магнитном поле [4], позволяет оценить азимутальную скорость самого металла. Эти оценки также дают значения порядка 1 м/с. Соответствующее число Рейнольдса больше 10^5. Визуальное наблюдение течения, наблюдаемого на поверхности металла, подтверждает, что течение сильное и имеет достаточно сложную структуру. На поверхности виден сходящийся поток, образующий вихревую полость (см. фото на рис. 3.14).

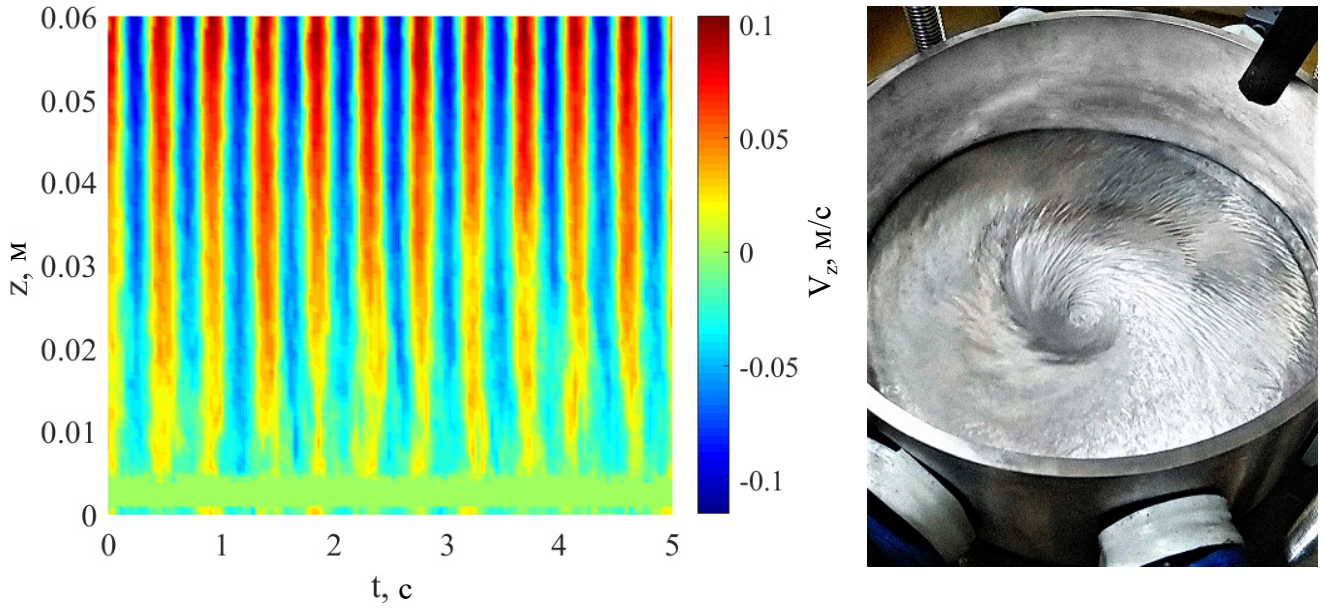


Рис. 3.14. Пространственно-временная карта вертикальной компоненты скорости вдоль луча УДА для I = 200 А и B_{ext} = 7 мТл (слева) и фотография поверхности жидкого металла при КПВ (справа).

Представление о структуре течения внутри металла можно получить из ультразвуковых измерений. На рис. 3.14 показано изменение профиля вертикальной компоненты скорости над датчиком УДА (пространственно-временная карта). На этой карте видно, что колебания поверхности сопровождаются вертикальными движениями жидкости, проникающими практически на всю глубину слоя, меняющими знак вертикальной скорости с частотой КПВ.

Как говорилось ранее, прямые измерения фазовой скорости волны и оценки скорости вращения жидкого металла в ячейке показывают, что значения этих скоростей близки. Однако вращение жидкого металла может перемещать образовавшееся локальное возвышение поверхности, но не поддерживать его. Избыточное локальное давление и/или вертикальное движение жидкости необходимы для поддержания локального возвышения поверхности. На рис. 3.15 показан уровень поверхности жидкого металла и вертикальная составляющая скорости в точке $z = H_0/2$, измеренные с помощью УДА. Виден устойчивый сдвиг фаз между двумя колебательными процессами. Колебания скорости опережают по фазе колебания поверхности на 77°, т. е. достаточно интенсивная восходящая струя жидкости движется по кругу впереди гребня волны. С противоположной стороны жидкость естественным образом движется вниз, поскольку в ячейке имеется устойчивый крупномасштабный вихрь, ось которого ориентирована преимущественно горизон-

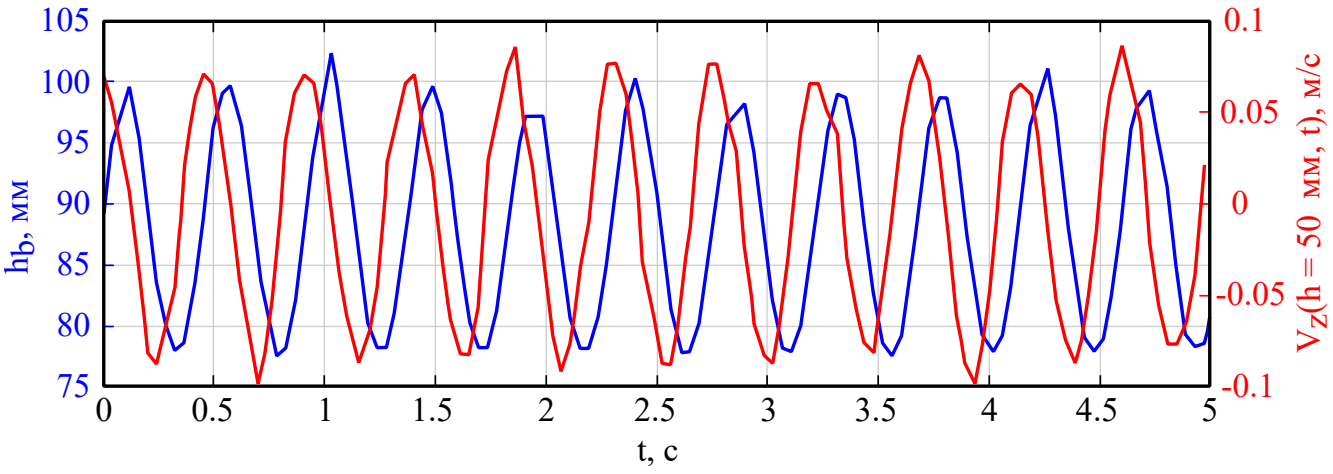


Рис. 3.15. Уровень поверхности металла (синий) и вертикальная составляющая скорости (красный) в точке $z = H_0/2$. Оба сигнала регистрируются УДА в сечении $r = 0.9R$.

тально и вращается относительно оси цилиндрической ячейки, отставая примерно на 13° от диаметра, соединяющего гребень и впадину волны. Максимальные значения вертикальной скорости достигают примерно 10% от азимутальной скорости жидкости.

Более подробно изучить механизм генерации течения позволяет численное моделирование следующей задачи: рассматривается стационарная электродинамическая задача (металл неподвижен) с токоподводом, аналогичным тому, что представлен в эксперименте [2]. На рис. 3.16 слева показано распределение электрического тока в вертикальном поперечном сечении, проходящем через самую высокую и самую низкую точки поверхности, для двух перепадов высоты $dh = (h_{max} - h_{min})/2$. Видно, что сила, обеспечивающая азимутальное течение, пропорциональна радиальной составляющей электрического тока, сосредоточена

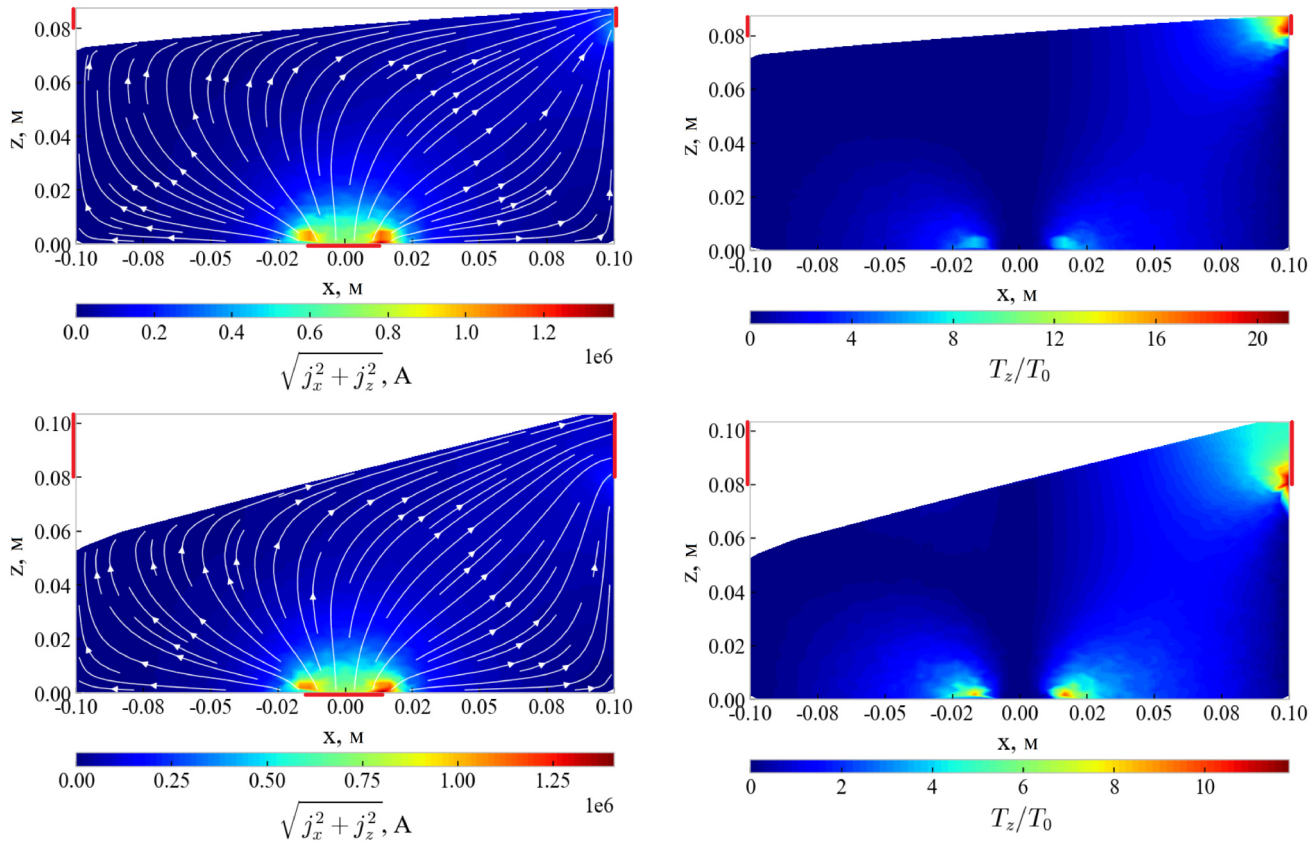


Рис. 3.16. Расчет плотности электрического тока (слева) и крутящего момента (справа) в вертикальном сечении ячейки для наклонной верхней границы. Представлены два перепада высоты: dh = 8 мм (сверху) и dh = 25 мм (снизу).

вблизи нижнего электрода и в замкнутой области у верхней (приподнятой) кромки металла. Стоит отметить, что в нижней области воздействие осесимметрично, а в верхней воздействие действует только в области ниже приподнятого края поверхности. На рис. 3.16 справа представлено распределение крутящего момента в том же поперечном сечении. Можно наблюдать, что крутящий момент сосредоточен в ограниченной области, прилегающей к верхнему электроду.

Ключевым моментом в объяснении механизма поддержания волны является тот факт, что электрический ток, протекающий в жидком металле, вводится в ячейку через две строго локализованные области: центральный электрод на дне ячейки и гребень волны, где находится область контакта жидкого металла с кольцевым электродом (см. рис. 3.17). Локальный подвод больших токов в жидкий металл приводит к образованию ЭВТ [142, 154], образующихся за счет взаимодействия электрического тока с собственным магнитным полем. При отсутствии внешних магнитных полей ЭВТ представляет собой тороидальный вихрь, в центре которого скорость направлена от электрода к стенке ячейки.

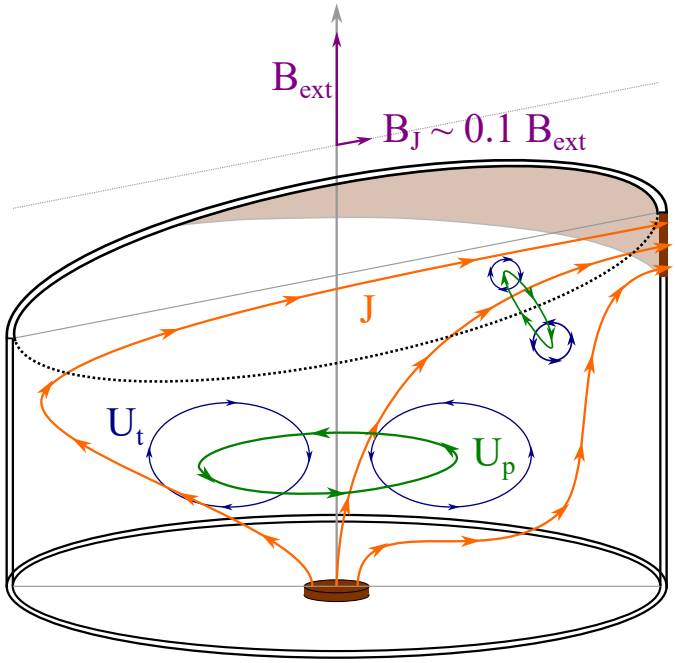


Рис. 3.17. Схематическое изображение механизма поддержания КПВ в МГД-ячейке.

Магнитные поля могут кардинально изменить структуру течения. Ток, протекающий через электрод и взаимодействующий с магнитным полем, ортогональным

к стенке, вызывает вращение жидкого металла. Когда энергия вращательного течения достигает энергии ЭВТ (даже если это занимает достаточно много времени), происходит полная трансформация структуры течения и исходное ЭВТ практически подавляется [2, 86]. Переходные режимы экспериментально и численно изучались в [4], а механизм подавления ЭВТ и структура течений в магнитных полях различной интенсивности были всесторонне исследованы в работе [2].

Необходимое для возникновения КПВ магнитное поле значительно превышает пороговое, обеспечивающее переход от тороидального ЭВТ к аксиальному вихрю. Поэтому структура основного крупномасштабного течения (вызванного силами, сосредоточенными вблизи нижнего электрода) в точности соответствует описанной в [2]. В ячейке развивается сильное азимутальное вращение, на фоне которого существует слабый тороидальный вихрь с нисходящим потоком в центре (см. рис. 3.17).

Аналогичным образом происходит образование вихря с горизонтальной осью вращения в области локального контакта жидкого металла с кольцевым электродом. Отличие заключается в том, что симметрия вихря нарушена, так как область контакта представляет собой серповидную полосу, и только проекция внешнего поля B_{ext} на направление вектора плотности тока вблизи области контакта обеспечивает вихревое течение. На основе оценки наклона поверхности вблизи стенки получаем, что соответствующая компонента магнитного поля находится в пределах $B_J \leq 0.1 B_{ext}$. Таким образом, оба вихря обусловлены действием силы Лоренца, полная работа которой пропорциональна произведению полного тока на внешнее магнитное поле, что объясняет линейную зависимость между частотой колебаний (определяемой скоростью вращения основного вихря, создаваемого силой Лоренца на центральном электроде) и амплитудой (определяемой скоростью горизонтального вихря, создаваемого силой Лоренца вблизи контакта со стенкой на гребне волны). Поскольку гребень волны движется в направлении подъема, наблюдаемый сдвиг фаз между колебаниями скорости и поверхности составляет менее 90°.

3.3.3. Границы области существования режима КПВ

Режим КПВ существует в ограниченном диапазоне управляющих параметров, которыми являются силовой параметр S и относительная разность между уровнем изоляции боковой стенки и уровнем невозмущенной поверхности металла $\delta H/R$.

При малых перепадах высот $\delta H/R$ и больших S (быстрое вращение) деформация поверхности жидкого металла (ЖМ) приводит к контакту по всему периметру и образованию воронки. Напротив, при больших перепадах высот $\delta H/R$ и малых параметрах S начальное возмущение затухает и система возвращается в состояние равновесия. Таким образом, на плоскости параметров $(\delta H/R, \mathrm{S})$ существует ограниченная область, в которой существует режим КПВ (см. рис. 3.18).

Переход от режима КПВ к воронке происходит за счет постепенного повышения среднего уровня жидкого металла в пристеночной области. В режиме КПВ вблизи оси ячейки всегда имеется небольшая воронка, вызванная вращением жидкости. С ростом внешней силы увеличивается скорость вращения ЖМ и воронка растет, что приводит к повышению среднего уровня металла в пристеночной области. При пороговом значении S средний уровень жидкости в пристеночной

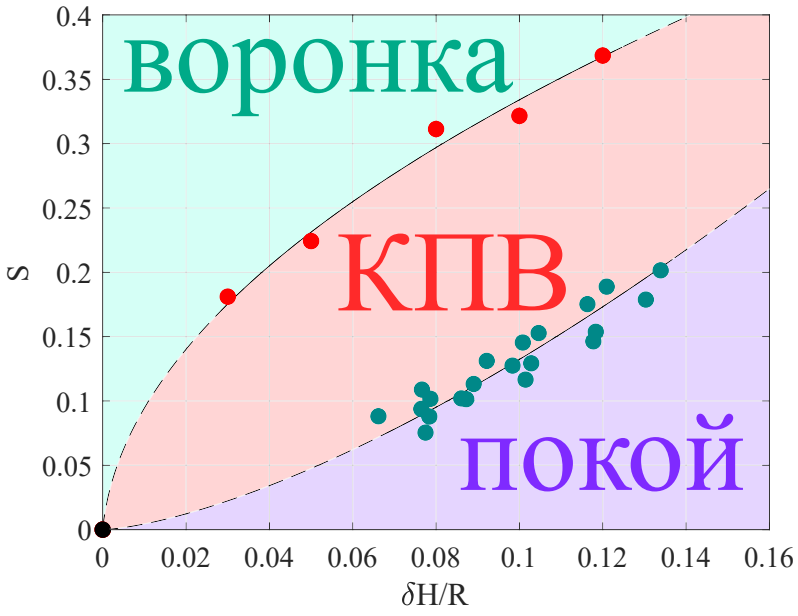


Рис. 3.18. Область существования режима КПВ на плоскости параметров силового параметра S и относительной высоты электрода $\delta H/R$.

области достигает границы изолятора и механизм поддержания КПВ исчезает, так как жидкость вращается в постоянном контакте с боковым электродом. Переход от стабильных волн к воронке при достижении параметром S порогового значения S^* иллюстрируется на рис. 3.19.

В эксперименте для заданного значения уровня $\delta H/R$ параметр S устанавливался таким образом, чтобы обеспечить существование устойчивых волн. Затем параметр S последовательно увеличивался на $\Delta S \approx 5 \cdot 10^{-3}$ с временем ожидания после каждого приращения порядка 120 с. На рис. 3.19 показан сигнал ИДУ, зарегистрированный во время переходного процесса, начавшегося после очередного увеличения силового параметра (соответствует моменту времени $t = 0$ на графике). Переходный процесс развивается постепенно. Медленное уменьшение амплитуды начинается при $t \approx 10$ с. При $t \approx 25$ с амплитуда уменьшается примерно на 10% от начального значения. В течение следующих 15 с происходит довольно быстрое уменьшение амплитуды колебаний, которая при $t \approx 40$ с составляет всего $\sim 15\%$ от начального значения. Следует отметить, что небольшие колебания уровня металла у стенки наблюдаются и после образования воронки, а частота поверхностных колебаний даже несколько увеличивается (примерно на 2 - 3%).

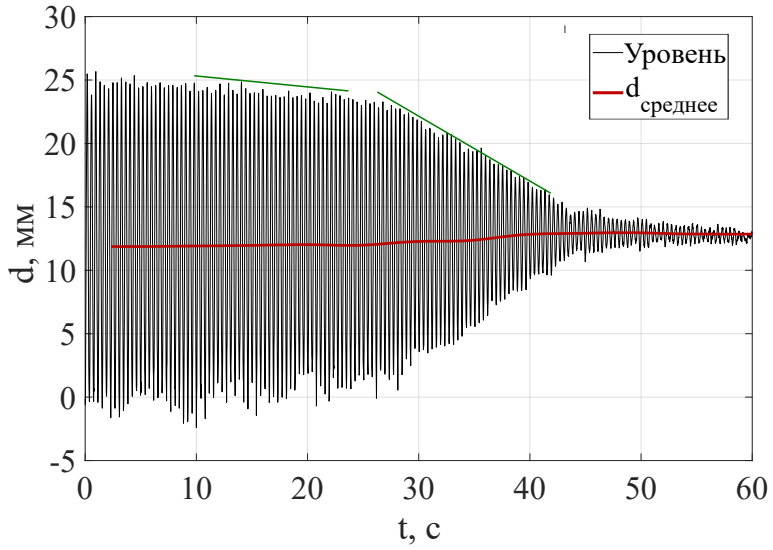


Рис. 3.19. Изменение режима течения при достижении S порогового значения: сигнал ИДУ (черная линия) и средний уровень металла у стенки d_{mean} (красная линия).

Волна с амплитудой $\Delta H < \delta H$ затухает из-за отсутствия контакта жидкого металла с пристеночным электродом и, следовательно, из-за отсутствия электромагнитного воздействия. Таким образом, нижний предел существования КПВ можно определить по кривой, показывающей зависимость амплитуды колебаний от силового параметра.

Область существования КПВ на плоскости параметров $(\delta H/R, \mathrm{S})$ с экспериментально зафиксированными точками перехода показана на рис. 3.18. Сверху область существования КПВ ограничена корневой линией $S \sim \sqrt{\delta H/R}$, а снизу – степенной зависимостью $S \sim (\delta H/R)^{1/\gamma} = (\delta H/R)^{1.47}$.

Стоит отметить, что возможность существования режима КПВ зависит от смачивания пристеночного электрода. В нормальных условиях сплав галлия не смачивает нержавеющую сталь из-за тонкого поверхностного слоя оксидов на поверхности электрода. Этот слой обеспечивает некоторое контактное электрическое сопротивление на границе раздела. Типичным методом обеспечения хорошего электрического контакта является лужение поверхности путем химического разрушения поверхностного оксидного слоя.

Сплав галлия не смачивает нержавеющую сталь в нормальных условиях, поскольку угол смачивания стали составляет более 90°. То есть жидкость стремится минимизировать контакт со стенкой, а капли жидкого металла соскальзывают с поверхности электрода. Это дополнительно увеличивает электрическое сопротивление на границе раздела и обеспечивает относительно низкое сопротивление движению галлиевого сплава относительно неподвижной стенки электрода.

Эксперименты с предварительно залуженной боковой стенкой показали, что при хорошем смачивании цилиндрической поверхности жидким металлом КПВ не происходит и течение переходит в воронкообразный режим вращения, рассмотренный в предыдущей главе. В этом случае краевой угол смачивания стенки жидким металлом меньше 90°. Жидкий металл «прилипает» к поверхности электрода, обеспечивая лучший электрический контакт и увеличивая трение галлиевого сплава о стенку при вращении жидкости.

По-видимому, повышенное трение в пристеночной области создает кольцевой слой неподвижного жидкого металла, не участвующего в КПВ. Таким образом, этот слой создает как бы вторичный кольцевой электрод, покрывающий всю высоту слоя. Это изменяет геометрию электродов в задаче, сводя ее к рассмотренной в предыдущей главе конфигурации для режима вращения воронки [6].

3.4. Форма свободной поверхности вращающейся жидкости

3.4.1. Постановка задачи и лабораторный эксперимент

Как было показано в предыдущем разделе, режим КПВ существует в ограниченном диапазоне управляющих параметров. А при малых перепадах высот $\delta H/R$ и больших S течение переходит к типу воронки. В контексте ЖМБ переход к такому типу течения может привести к «стеканию» электролитического слоя вглубь воронки с последующим замыканием жидкометаллических слоев.

Рассмотрим течение электропроводящей жидкости в цилиндрической ячейке радиуса R под действием силы тяжести и внешней электромагнитной силы (рис. 3.20). Как и в предыдущем разделе, ячейка имеет плоское непроводящее

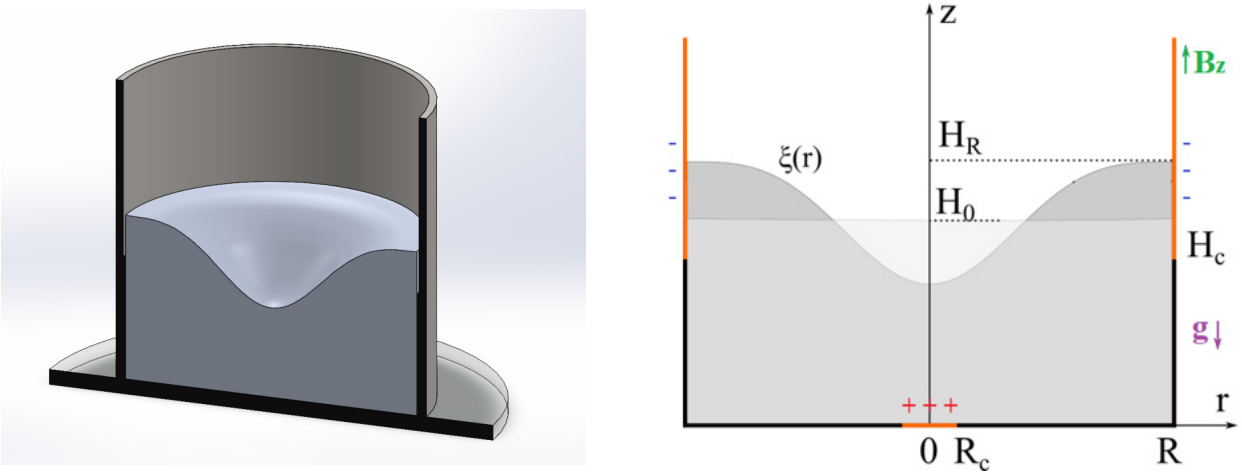


Рис. 3.20. Постановка задачи: 3D представление (слева) и сечение с отмеченными ключевыми областями (справа): оранжевым цветом на схеме выделены области токоподводов; полупрозрачная серая область – форма поверхности жидкого металла в отсутствие течения; закрашенная серая область – при наличии воронки.

дно, в центре которого расположен цилиндрический токоподвод радиусом R_c (центральный электрод). Торцевая стенка ячейки по высоте состоит из двух участков: нижний участок высотой H_c является непроводящим, верхний участок – проводящим (кольцевой электрод).

Экспериментальная установка представляет собой цилиндр радиуса R = 100 мм, заполненный жидким металлом (см. рис. 3.21). Уровень жидкости H_0 = 100 мм заведомо выше уровня изоляции H_c = 80 мм, то есть рассматривается случай установившегося воронкообразного течения без перехода к нему от КПВ. Ток в ячейку подается через центральный медный и внешний кольцевой электроды. Ячейка находится в поле силы тяжести и во внешнем однородном вертикальном магнитном поле. Измерение профиля поверхности осуществляется в диаметральном сечении посредством контактного щупа с измерительной шкалой.

Проведены две серии экспериментов для разных радиусов центрального электрода R_c = 23 мм и R_c = 6 мм при различных значениях силового параметра S. Результаты измерений представлены на рисунке 3.22. Видно, что при увеличении силового воздействия глубина воронки увеличивается, а при уменьшении радиуса центрального электрода форма воронки сужается.

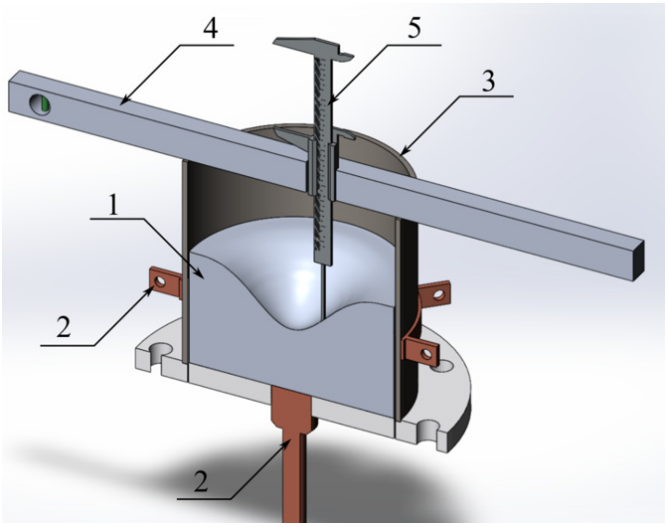


Рис. 3.21. Схема экспериментальной установки: 1 – жидкий металл, 2 – коаксиальные токоподводы, 3 – частично изолированная стенка, 4 – крепежная планка с уровнем, 5 – контактный щуп с измерительной шкалой.

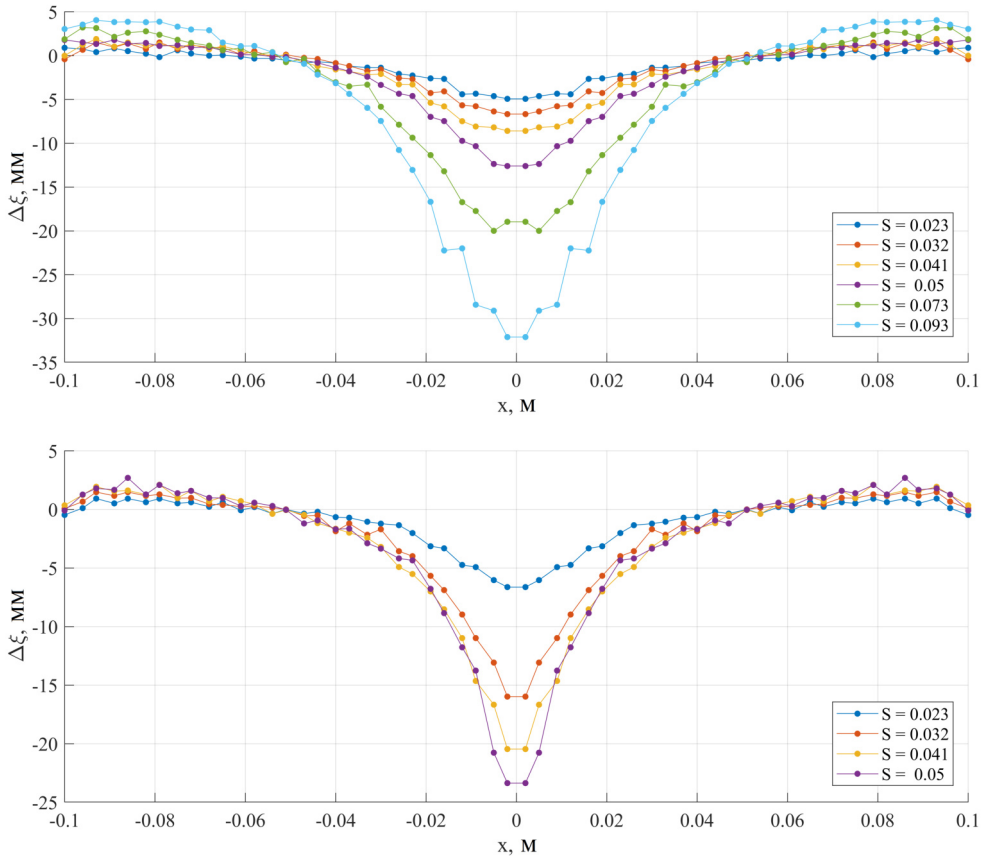


Рис. 3.22. Форма свободной поверхности жидкости, вращающейся под действием электромагнитной силы, при различных значениях силового параметра S для двух радиусов центрального электрода: R_c = 23 мм (сверху) и R_c = 6 мм (снизу).

3.4.2. Математическая модель

Известны приближенные решения задачи о форме поверхности вращающейся жидкости [155–157]. Можно разбить область течения жидкости в режиме воронки на два участка: первый – течение вблизи оси цилиндра – область работы, например, механической мешалки (см. рис. 3.23, слева), второй – течение вблизи стенки цилиндра. Течение в центральной области можно представить в виде вращения жидкости в цилиндре с радиусом равным эффективному радиусу мешалки – там формируется параболический профиль скорости. В пристеночной области профиль поверхности рассчитывают из задачи о коаксиальном вращении цилиндров, решением которого является гипербола (см. рис. 3.23, справа). Сшивая два эти решения в точке $r = a$, можно достаточно неплохо описать форму поверхности вращающейся жидкости [158].

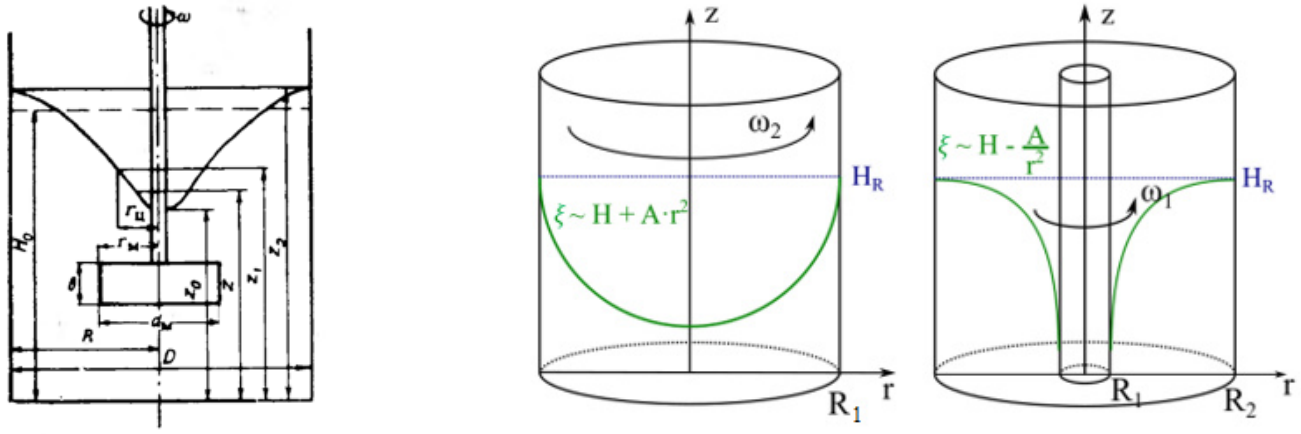


Рис. 3.23. Геометрические характеристики аппарата с мешалкой и воронки (слева). Известные решения для вращающихся коаксиальных цилиндров (справа).

$$\xi(r) = \begin{cases} \frac{\omega^2}{2g}\left(r^2 - a^2\right) + C_1 & r \in [0, a], \\ \frac{\omega^2}{2g}\left(a^2 - \frac{a^4}{r^2}\right) + C_2 & r \in [a, R]. \end{cases} \tag{3.13}$$

Из условия однозначности функции $\xi(r)$ в точке $r = a$ определяется значение константы C_1. Полагая известным значение уровня жидкости при режиме воронки вблизи стенки $\xi(r = R) = H_R$, можно определить константу C_2.

$$\xi(r) = \begin{cases} H_R + \frac{\omega^2}{2g}\left(r^2 + \frac{a^4}{R^2} - 2a^2\right) & r \in [0, a], \\ H_R + \frac{\omega^2}{2g}\left(\frac{a^4}{R^2} - \frac{a^4}{r^2}\right) & r \in (a, R]. \end{cases} \tag{3.14}$$

Из закона сохранения массы (объема), можно определить угловую скорость вращения ω:

$$\int_0^R \xi(r) r dr = \int_0^R H_0 r dr = \frac{H_0 R^2}{2}, \qquad \omega^2 = \frac{gR^2(H_0 - H_R)}{a^4(\ln a - \ln R - 1/4)}. \tag{3.15}$$

Тогда форма поверхности вращающейся жидкости опишется следующей функцией:

$$\xi(r) = \begin{cases} H_R + \frac{R^2(H_0 - H_R)}{2\ln a - 2\ln R - 1/2}\left(\frac{r^2}{a^4} + \frac{1}{R^2} - \frac{2}{a^2}\right) & r \in [0, a], \\ H_R + \frac{R^2(H_0 - H_R)}{2\ln a - 2\ln R - 1/2}\left(\frac{1}{R^2} - \frac{1}{r^2}\right) & r \in (a, R]. \end{cases} \tag{3.16}$$

Из недостатков представленной модели – необходимость эмпирически подбирать параметр a; первая производная в точке $r = a$ не гладкая; возможно некорректное описание формы поверхности в области контакта жидкости с цилиндрической стенкой (см. рис. 3.24).

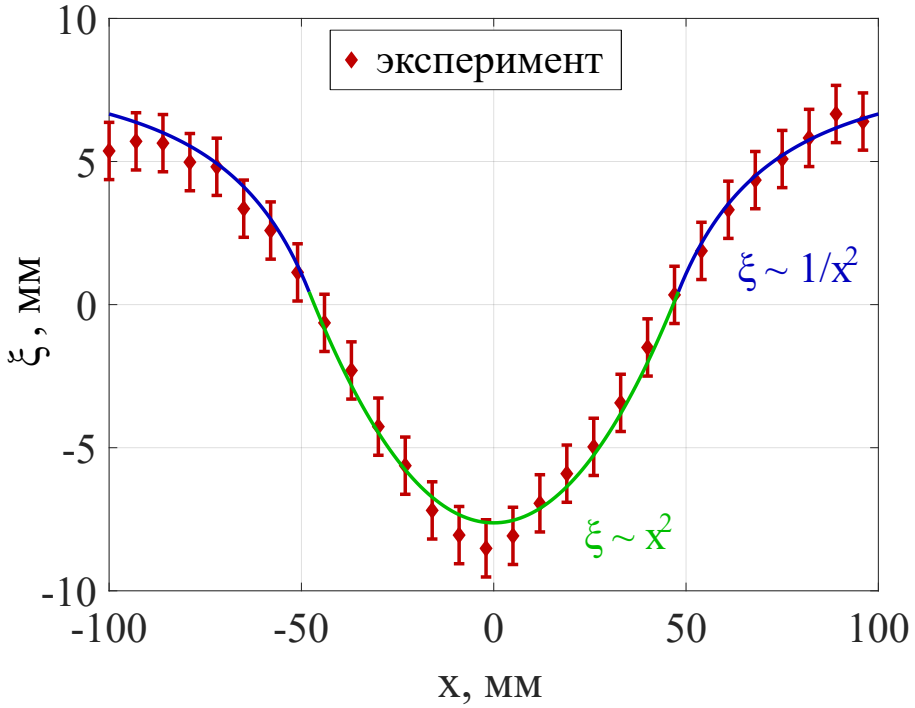


Рис. 3.24. Пример аппроксимации формы поверхности вращающейся жидкости кусочно-заданной функцией.

Цель работы заключается в построении математической модели, позволяющей определить форму поверхности вращающейся жидкости в цилиндрической полости под действием электромагнитной силы.

Задача описывается системой уравнений гидродинамики. В силу симметрии, уравнения движения должны быть записаны в цилиндрической системе координат. Уравнения Навье-Стокса и неразрывности в цилиндрических координатах имеют вид:

$$\frac{\partial U_r}{\partial t} + U_r\frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{U_\varphi}{r}\frac{\partial U_r}{\partial \varphi} + U_z\frac{\partial U_r}{\partial z} - \frac{U_\varphi^2}{r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial r} + \\ + \nu\left(\frac{1}{r}\frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{\partial^2 U_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 U_r}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 U_r}{\partial z^2} - \frac{U_r}{r^2} - \frac{2}{r^2}\frac{\partial U_\varphi}{\partial \varphi}\right), \tag{3.17}$$

$$\frac{\partial U_\varphi}{\partial t} + U_r\frac{\partial U_\varphi}{\partial r} + \frac{U_\varphi}{r}\frac{\partial U_\varphi}{\partial \varphi} + U_z\frac{\partial U_\varphi}{\partial z} - \frac{U_r U_\varphi}{r} = -\frac{1}{r\rho}\frac{\partial P}{\partial \varphi} + \\ + \nu\left(\frac{1}{r}\frac{\partial U_\varphi}{\partial r} + \frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial z^2} - \frac{U_\varphi}{r^2} + \frac{2}{r^2}\frac{\partial U_r}{\partial \varphi}\right) + f_e, \tag{3.18}$$

$$\frac{\partial U_z}{\partial t} + U_r\frac{\partial U_z}{\partial r} + \frac{U}{r}\frac{\partial U_z}{\partial \varphi} + U_z\frac{\partial U_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z} + \\ + \nu\left(\frac{1}{r}\frac{\partial U_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 U_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 U_z}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2}\right) - g, \tag{3.19}$$

$$\frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{U_r}{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial U_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial U_z}{\partial z} = 0, \tag{3.20}$$

$$f_e = j_r B_z. \tag{3.21}$$

Рассматривается установившееся $\left(\frac{\partial}{\partial t} \equiv 0\right)$ осесимметричное $\left(\frac{\partial}{\partial \varphi} \equiv 0\right)$ течение. В этом случае внешние вынуждающие силы оказываются полностью скомпенсированы диссипативными механизмами и структура течения не изменяется со временем. Поведение жидкости описывается системой

$$U_r\frac{\partial U_r}{\partial r} + U_z\frac{\partial U_r}{\partial z} - \frac{U_\varphi^2}{r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial r} + \nu\left(\frac{1}{r}\frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{\partial^2 U_r}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 U_r}{\partial z^2} - \frac{U_r}{r^2}\right), \tag{3.22}$$

$$U_r\frac{\partial U_\varphi}{\partial r} + U_z\frac{\partial U_\varphi}{\partial z} - \frac{U_r U_\varphi}{r} = \nu\left(\frac{1}{r}\frac{\partial U_\varphi}{\partial r} + \frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial z^2} - \frac{U_\varphi}{r^2}\right) + f_e, \tag{3.23}$$

$$U_r\frac{\partial U_z}{\partial r} + U_z\frac{\partial U_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z} + \nu\left(\frac{1}{r}\frac{\partial U_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 U_z}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2}\right) - g, \tag{3.24}$$

$$\frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{U_r}{r} + \frac{\partial U_z}{\partial z} = 0. \tag{3.25}$$

Проведем оценку вклада различных силовых механизмов в суммарное давление жидкости. Согласно закону Бернулли, оно включает в себя гидростатическое давление $\rho g h$, динамическое $\frac{\rho U^2}{2}$, а так же внешнее давление p_{ext}. В отсутствии внешнего градиента давления, рассмотрим вклад поверхностного натяжения металла. Для оценок примем величины, соответствующие физическим свойствам

галлиевого сплава GaZnSn рассматриваемого в работах [2, 6]: коэффициент поверхностного натяжения $\gamma = 6.63 \cdot 10^{-3}$ Н/м [42] (остальные свойства были представлены ранее на странице 13). Характерная высота слоя жидкости $h = 0.1$ м, радиус цилиндрической полости $R = 0.1$ м. Для оценки кривизны используем параболический профиль поверхности жидкости, образующийся при вращении внешнего цилиндра [158], и примем $\kappa \sim 1/2R$. Таким образом, давление в жидкости имеет три основные составляющие:

$$P_\gamma = \kappa\gamma \sim 7 \cdot 10^{-4} \text{ Па}, \qquad P_U = \frac{\rho U^2}{2} \sim 30 \text{ Па}, \qquad P_g = \rho g h \sim 6 \cdot 10^4 \text{ Па}.$$

То есть, наибольший вклад в давление жидкости вносит гидростатическая составляющая. Влияние течения и поверхностного натяжения оказывается минимум на 3 порядка слабее. Следовательно, с большой точностью можно принять функциональную зависимость

$$P = \rho g \xi(r), \tag{3.26}$$

где ξ – форма свободной поверхности жидкости, зависящая лишь от одной координаты в осесимметричной постановке.

В работе по изучению электровихревого течения жидкого металла в цилиндрической ячейке схожей конфигурации под действием внешнего магнитного поля (см. рис. 3.25) было показано, что в ячейке возникает полоидальное течение в форме тора, при этом энергия азимутального течения на несколько порядков превосходит энергию полоидального течения [2]. Поэтому опускаем в представленных выше

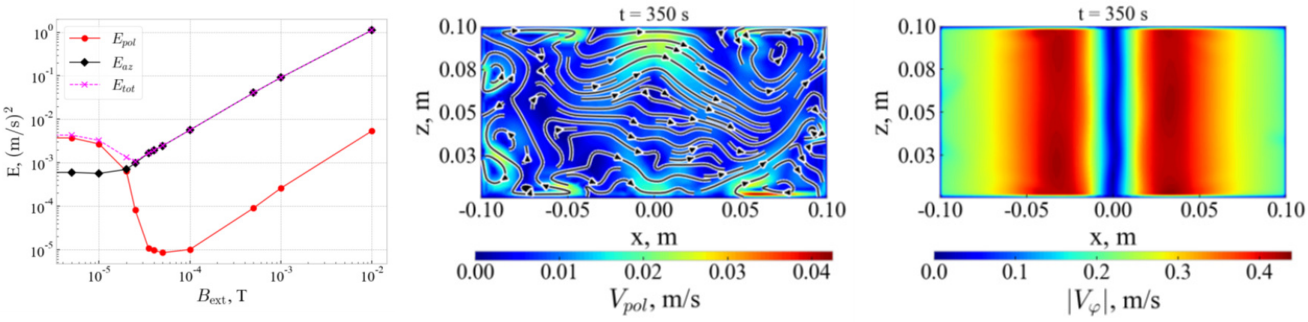


Рис. 3.25. Полоидальная и азимутальная скорость течения при $B_{ext} = 1$ мТл (в центре и справа); зависимость энергии течений от величины внешнего магнитного поля (слева) (из работы [2]).

уравнениях радиальную U_r и вертикальную U_z составляющие скорости, а также их первые и вторые производные. Распределение азимутальной компоненты скорости в диагональном сечении показывает, что скорость почти однородна по вертикали (окромя погранслоев) и зависит только от радиальной координаты $U_\varphi = U_\varphi(r)$.

Совокупность указанных выше допущений и оценок позволяет записать систему уравнений (3.17)-(3.20) в виде

$$-\frac{U_\varphi^2}{r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial r}, \tag{3.27}$$

$$0 = \nu\left(\frac{1}{r}\frac{\partial U_\varphi}{\partial r} + \frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial r^2} - \frac{U_\varphi}{r^2}\right) + f_e, \tag{3.28}$$

$$0 = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z} - g. \tag{3.29}$$

Третье уравнение (3.29) удовлетворяет равенству (3.26) при $z = \xi(r)$. Уравнение неразрывности выполняется тождественно.

Уравнение (3.27) позволяет связать форму поверхности и скорость азимутального движения

$$\frac{\partial \xi}{\partial r} = \frac{U_\varphi^2}{gr}. \tag{3.30}$$

Второе уравнение (3.28) представляет собой неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с непостоянными коэффициентами, из которого можно найти азимутальную скорость при заданной электромагнитной силе.

Граничные условия:

$$U_\varphi|_{r=0} = U_\varphi|_{r=R} = 0, \qquad \xi|_{r=R} = H_R. \tag{3.31}$$

Для случая отсутствия внешнего воздействия, то есть, когда электромагнитная сила равна нулю, первое и второе дифференциальные уравнения имеют аналитические решения.

$$\frac{\partial \xi}{\partial r} = \frac{U_\varphi^2}{gr}, \tag{3.32}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial U_\varphi}{\partial r} + \frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial r^2} - \frac{U_\varphi}{r^2} = 0, \tag{3.33}$$

$$U_\varphi(r) = C_1 r + \frac{C_2}{r} = 0, \tag{3.34}$$

$$\xi(r) = H_R = H_0. \tag{3.35}$$

Для решения уравнений (3.27)–(3.28) необходимо знать вид электромагнитной силы f_e. В случае известного однородного вертикального магнитного поля B_z необходимо определить плотность электрического тока j_r, которая зависит от двух переменных – радиуса и высоты. Для ее вычисления была решена модельная двумерная задача в осесимметричной постановке в математическом пакете COMSOL Multiphysics (см. рис. 3.26). Рассматривается распределение электрического потенциала в цилиндре с геометрическими параметрами $R = 100$ мм и $H = 100$ мм. Число элементов в сетке – 99 тысяч во внутренней области и около 1 тысячи на границах. Была проверена сеточная сходимость расчетов. Решаемые уравнения представлены ниже.

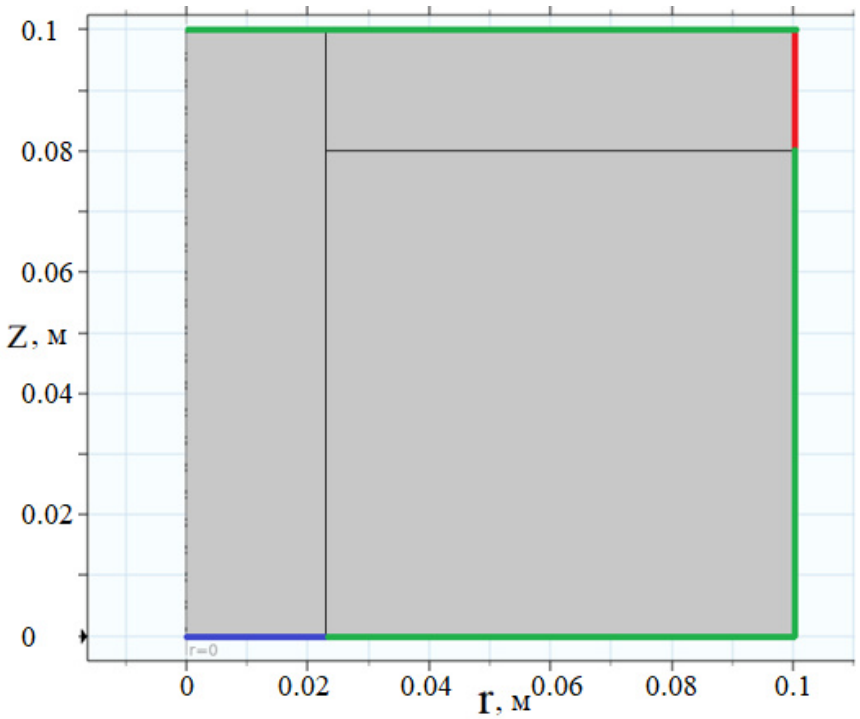


Рис. 3.26. Расчетная область. Граничные условия – на синей границе потенциал равен нулю, на красной – задан ток, на зеленых границах – условие электроизоляции.

$$\nabla \mathbf{j} = 0, \qquad \mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}, \qquad \mathbf{E} = -\nabla \varphi; \tag{3.36}$$

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{j} = 0: \quad x \in [R_c, R], y = 0, \quad y \in [0, H_c], x = R, \quad x \in [0, R], y = H_0; \tag{3.37}$$

$$\varphi = 0: \quad x \in [0, R_c], y = 0; \tag{3.38}$$

$$\int_S \mathbf{j} \cdot \mathbf{n} dS = I_0. \tag{3.39}$$

3.4.3. Результаты численного моделирования

Получены распределения потенциала и плотности электрического тока в расчетной области для различных радиусов центрального токоподвода (см. рис. 3.27). Видно, что распределение радиальной компоненты плотности тока неоднородно как по высоте, так и по радиусу. Вносится предположение, что в искривление поверхности жидкости больший вклад вносит та часть электромагнитной силы, которая сосредоточена в верхней половине цилиндра. На рисунке 3.28 представлена усредненная по верхней половине цилиндра электромагнитная сила вдоль радиальной координаты.

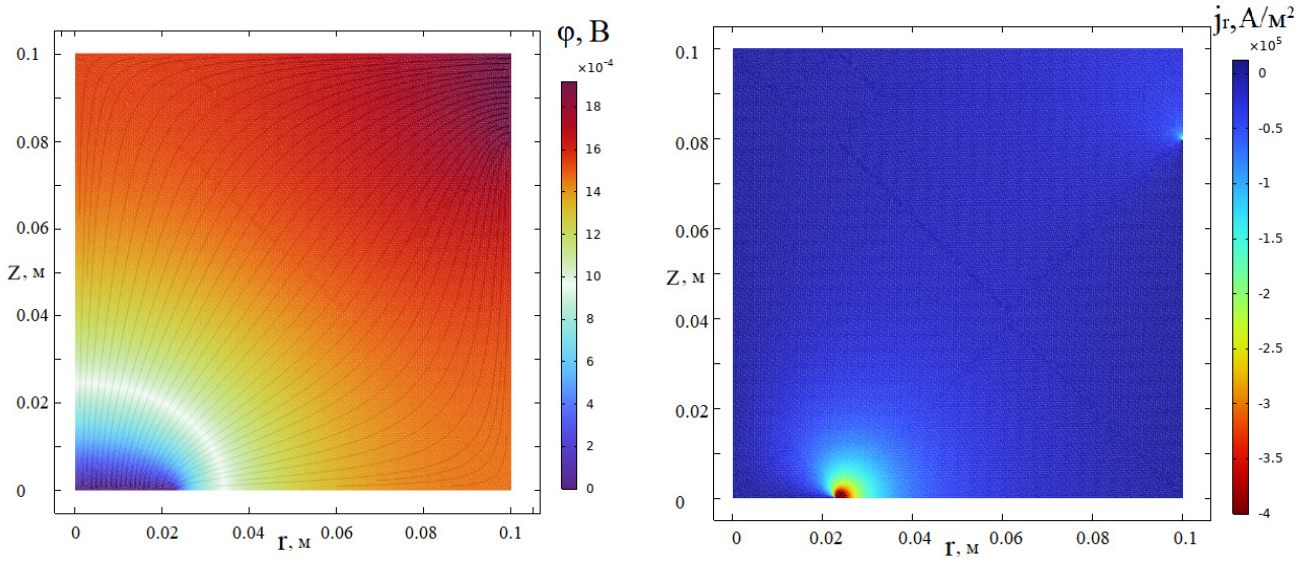


Рис. 3.27. Электрический потенциал (слева) и радиальная компонента плотности тока (справа) при R_c = 23 мм.

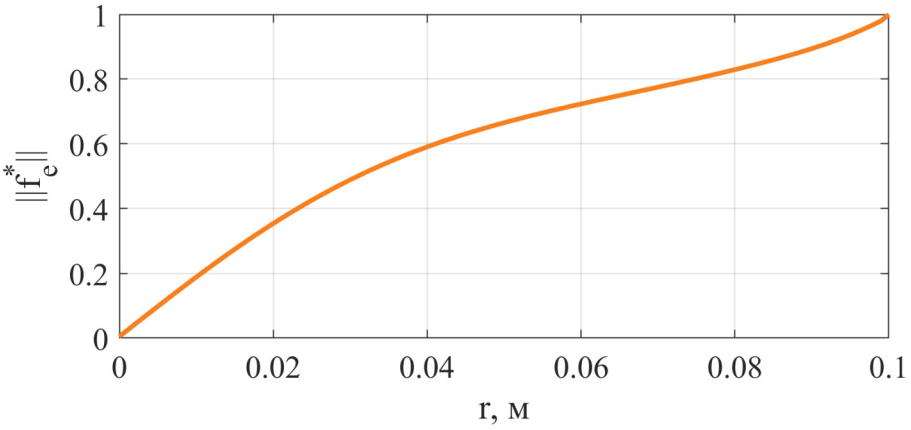


Рис. 3.28. Усредненный по высоте профиль электромагнитной силы при R_c = 23 мм.

Полученная электромагнитная сила позволяет решить исходные дифференциальные уравнения численно. Для этого использовался метод конечных разностей, неявная схема. Результаты расчета представлены на рисунках 3.29-3.30. Профили азимутальной скорости качественно похожи на те, что были получены при численном моделировании трехмерного течения жидкого металла в цилиндре. На рисунке 3.30 представлены расчетные кривые (пунктирные линии) и экспериментальные данные (точки) для различных значений силового параметра при радиусе центрального электрода R_c = 23 мм. Наблюдается хорошее качественное и количественное соответствие.

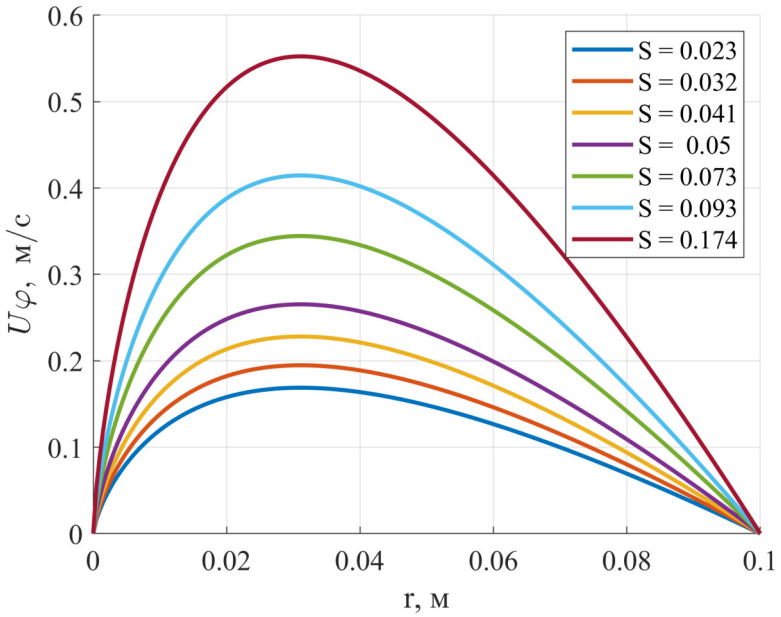


Рис. 3.29. Профили азимутальной компоненты скорости при R_c = 23 мм.

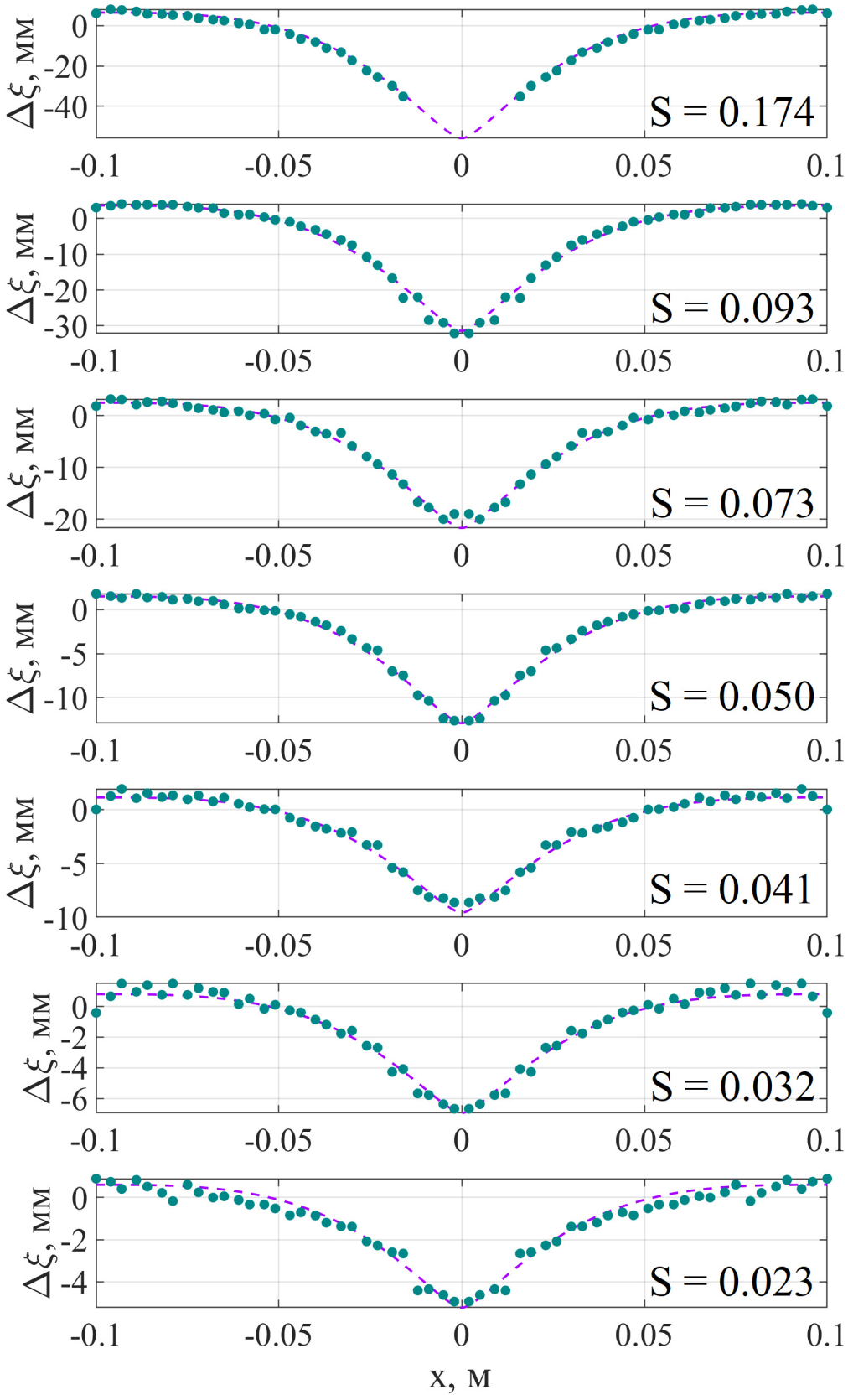


Рис. 3.30. Форма свободной поверхности жидкости, вращающейся под действием электромагнитной силы, для различных значений силового параметра S при R_c = 23 мм: расчет (пунктирная линия) и эксперимент (точки).

Глубина воронки и скорость течения U_φ зависят от силового параметра S (электромагнитной силы). Зависимость максимума модуля скорости U_φ от S хорошо аппроксимируется степенной функцией с показателем степени $\gamma = 0.67$ (см. рис. 3.31). Таким образом, при заданном S из зависимости $|U_\varphi|_{max}(\mathrm{S})$ можно однозначно определить профиль скорости $U_\varphi(r)$, по которому, используя уравнение (3.30), можно вычислить форму поверхности жидкости $\xi(r)$.

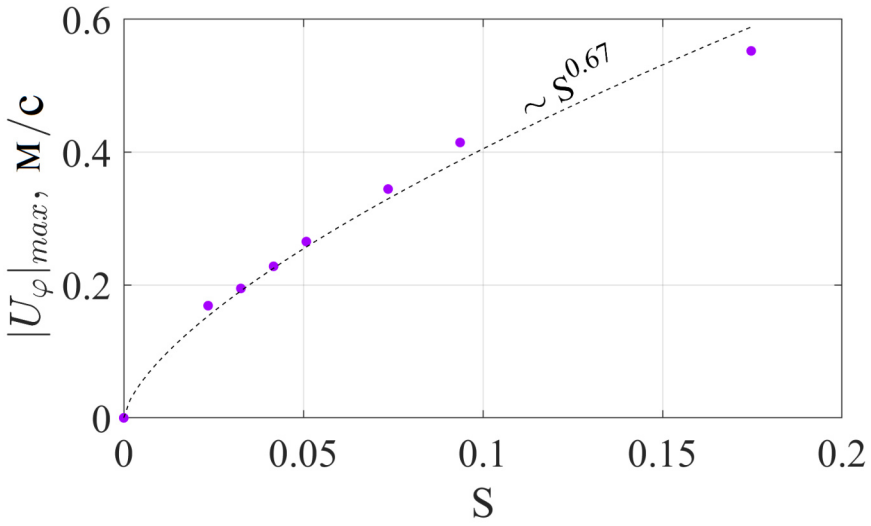


Рис. 3.31. Зависимость максимума модуля азимутальной скорости от силового параметра при R_c = 23 мм.

На рисунках 3.32-3.33 представлены результаты расчетов для R_c = 6 мм, а также их сопоставление с экспериментальными данными.

Стоит отметить, что для $R_c = 6$ мм электромагнитная сила вычислялась пропорционально среднему значению радиальной компоненты плотности тока в верхней части цилиндра высотой $4/5H$ (от $h = H/5$ до $h = H$). Область усреднения зависит от радиуса центрального электрода и выбирается опытным путем. Максимум электромагнитной силы определяется методом наименьших квадратов между результирующим профилем поверхности и экспериментальными данными.

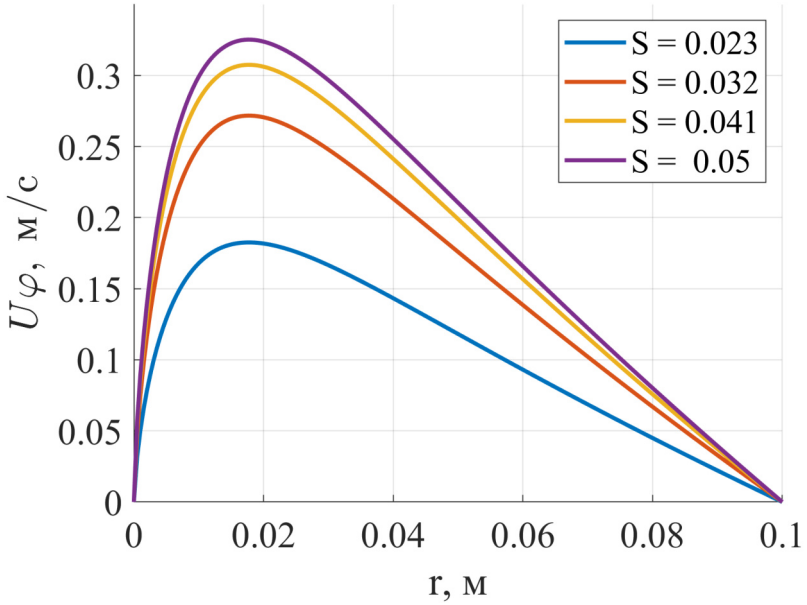


Рис. 3.32. Профили азимутальной компоненты скорости при R_c = 6 мм.

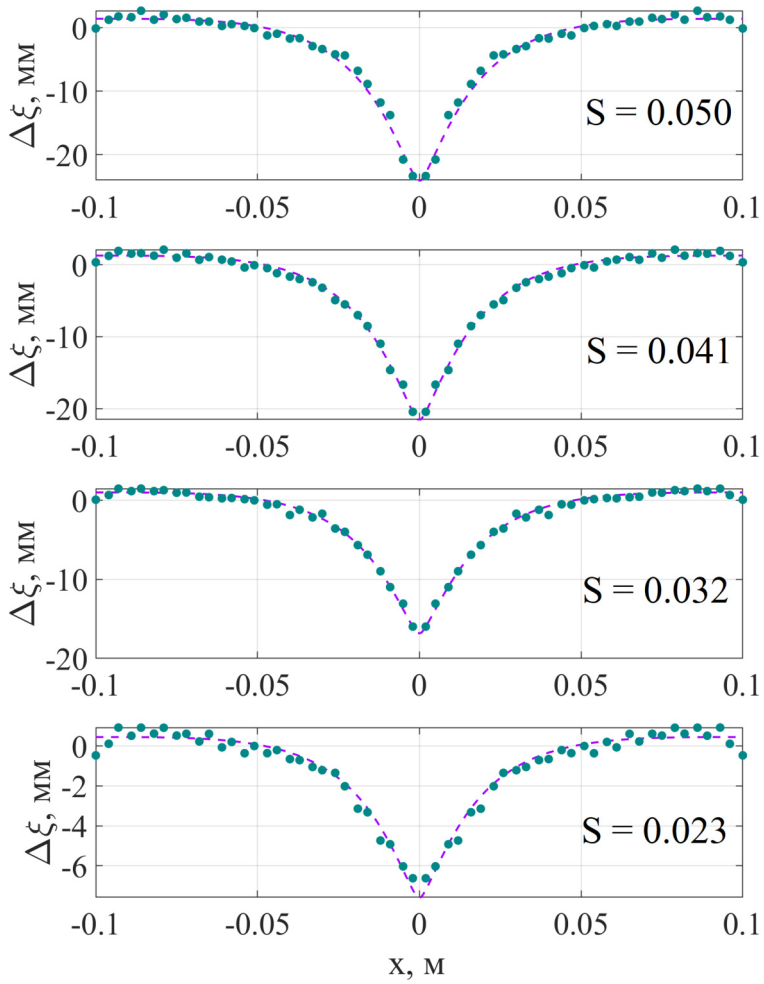


Рис. 3.33. Форма свободной поверхности жидкости, вращающейся под действием электромагнитной силы, для различных значений силового параметра S при R_c = 6 мм: расчет (пунктирная линия) и эксперимент (точки).

3.5. Выводы по главе

Экспериментально показано, что стационарная КПВ может существовать в заполненной жидким металлом цилиндрической ячейке с круговым верхним электродом.

Предложен механизм поддержания устойчивой круговой волны на поверхности жидкого металла в МГД-ячейке.

Показано, что КПВ представляет собой суперпозицию двух интенсивных крупномасштабных вихрей. Основной вихрь, ось которого совпадает с осью цилиндрической ячейки, генерируется силой Лоренца, локализованной вблизи нижнего электрода и возникающей при взаимодействии расходящегося электрического тока с вертикальным магнитным полем. Интенсивность второго вихря на порядок меньше, а ось вращения направлена в область контакта жидкого металла с кольцевым электродом.

Проведены измерения собственной частоты колебаний поверхности ЖМ в ячейке. На основании полученных результатов определена зависимость характеристик КПВ от безразмерного силового параметра S.

Показано, что как частота, так и амплитуда колебаний растут с ростом параметра по степенному закону, $f/f_0 = 1 + \alpha \mathrm{S}^{\gamma}$, $\Delta H/R = \beta \mathrm{S}^{\gamma}$ с показателем степени $\gamma = 0.68 \pm 0.02$.

В зависимости от силового параметра и геометрических характеристик ячейки (радиуса ячейки, высоты слоя ЖМ и положения кольцевого электрода) в последней могут реализовываться три режима: покой, КПВ или аксиальное вращение с глубокой воронкой на поверхности, обеспечивающей кольцевой контакт жидкости с электродом. На плоскости параметров $(\delta H/R, \mathrm{S})$ построена карта режимов, показывающая предел существования КПВ.

Предложена упрощенная математическая модель, описывающая форму свободной поверхности вращающейся жидкости в цилиндрической полости при заданном силовом параметре. Достигнуто хорошее согласие результатов математи-

ческого моделирования с экспериментальными данными. Представленная модель может использоваться для описания формы свободной поверхности жидкости при проведении трёхмерных МГД-расчетов без использования динамических сеток.

В заключение стоит отметить, что волновые движения рассматриваемого типа могут возникать не только в сосудах, заполненных жидким металлом, где электроды расположены выше уровня металла (такая постановка задачи в контексте технологических приложений может показаться надуманной). На практике подобные волны могут возникать в МГД-ячейке, в которой электродами являются нижний и верхний концы цилиндра, если в ячейке возникнет газовый пузырек. Если же вследствие возмущений металл соприкоснется с частью верхней поверхности, то при соответствующих параметрах управления возникнет КПВ, подобная описанной в настоящей главе.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итоги выполненного исследования

1. Разработан, изготовлен и исследован индукционный датчик для бесконтактного измерения положения свободной поверхности жидкого металла, помещенного в оптически непрозрачный контейнер. Реализована методика определения частоты колебаний свободной границы электропроводящей среды. Успешно протестировано использование индукционного датчика уровня в задаче определения положения границы раздела жидкой и твердой фаз металла в процессе кристаллизации.

2. Экспериментальное и численное исследование ЭВТ жидкого металла в цилиндрической ячейке с локализованным подводом тока показало, что во всей области существует тороидальный вихрь с восходящим вдоль оси цилиндра и с нисходящим на периферии течением. При воздействии внешнего вертикального магнитного поля, в зависимости от его величины возможно качественное и количественное изменение структуры течения: от вращающегося относительно оси цилиндра интенсивного тороидального вихря при малых магнитных полях (порядка магнитного поля Земли $B_{ext} = 0.02$ мТл), к интенсивно вращающемуся крупномасштабному тороидальному вихрю с обратным направлением течения (при $B_{ext} > 0.1$ мТл). Перестройка течения происходит в результате вертикального перепада давления, возникающего из-за дифференциального по высоте вращения жидкого металла.

3. Экспериментально показано существование переходных процессов при пропускании больших токов через цилиндрическую ячейку, заполненную жидким металлом, во внешнем однородном вертикальном магнитном поле, время которых сильно зависит от величины магнитного поля.

4. Экспериментально показано, что стационарная круговая поверхностная

волна может существовать в заполненной жидким металлом цилиндрической ячейке с круговым верхним электродом. Объяснен механизм поддержания устойчивой КПВ в МГД-ячейке. Проведены измерения собственной частоты колебаний поверхности ЖМ в ячейке. На основании полученных результатов определена зависимость характеристик КПВ от безразмерного силового параметра S. Показано, что как частота, так и амплитуда колебаний растут с ростом параметра по степенному закону с показателем степени $\gamma = 0.68$. В зависимости от силового параметра и геометрических характеристик ячейки в последней могут реализовываться три режима: покой, КПВ или аксиальное вращение с глубокой воронкой на поверхности. На плоскости параметров $(\delta H/R, \mathrm{S})$ построена карта режимов, показывающая границы существования КПВ.

Рекомендации и перспективы дальнейшей разработки темы

Представленный в настоящей диссертационной работе индукционный датчик позволяет измерять уровень жидкого металла в производственных условиях при температуре до 200 °C. Рекомендуется интегрировать датчик в систему автоматического контроля уровня с обратной связью для оперативного управления технологическими процессами, а также расширить полученные калибровочные кривые зависимостями от температуры датчика, стенок контейнера и жидкой электропроводящей среды.

Результаты исследования ЭВТ будут полезны для проектирования жидкометаллических батарей. Перспективы дальнейшей разработки темы видятся в расширении экспериментальной базы: исследовании МГД-течений в многослойных системах, изучении неустойчивостей на границе раздела металл–электролит и т.п. Представленные экспериментальные данные позволяют верифицировать математические модели, что непременно приведет к лучшему пониманию происходящих физических процессов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Eltishchev V., Losev G., Frick P. Maintenance mechanism of a circular surface wave in a magnetohydrodynamic cell and limits of its existence // Physical Review Fluids. – 2024. – Aug. – Vol. 9, no. 8.
2. Frick P., Mandrykin S., Eltishchev V., Kolesnichenko I. Electro-vortex flows in a cylindrical cell under axial magnetic field // Journal of Fluid Mechanics. – 2022. – Sep. – Vol. 949.
3. Eltishchev V., Losev G., Kolesnichenko I., Frick P. Circular surface wave in a cylindrical mhd cell // Experiments in Fluids. – 2022. – Aug. – Vol. 63, no. 8.
4. Kolesnichenko I., Frick P., Eltishchev V., Mandrykin S., Stefani F. Evolution of a strong electrovortex flow in a cylindrical cell // Physical Review Fluids. – 2020. – Dec. – Vol. 5, no. 12. – P. 123703.
5. Eltishchev V., Mandrykin S., Kolesnichenko I. The influence of a cylindrical cathode on the electro-vortex flow of liquid metal: Numerical simulations and laboratory experiments // Europhysics Letters. – 2022. – Jan. – Vol. 137, no. 1. – P. 13001.
6. Eltishchev V., Losev G., Kolesnichenko I. Oscillations of free surface of rotating liquid metal in a cylindrical cell // Magnetohydrodynamics. – 2021. – mar. – Vol. 57, no. 1. – P. 41–50.
7. Eltishchev V., Mandrykin S., Kolesnichenko I. Inductive level sensor: experiment and calculation // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2020. – oct. – Vol. 950, no. 1. – P. 012014.
8. Ельтищев В., Лосев Г. Индукционный метод локализации фронта кристаллизации // Вестник Пермского университета. Физика. – 2023. – апр. – no. 1. – P. 57–61.
9. Eltishchev V., Dimov I., Pavlinov A., Khalilov R., Kolesnichenko I. Inductive methods of detection the boundary of electrically conductive media in experiment // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2019. – Vol. 581. –

P. 012004.

10. Лосев Г.Л., Ельтищев В.А. Электромагнитные измерения уровня и проводимости цветных металлов // Вестник Пермского университета. Физика. – 2020. – дек. – no. 4. – P. 63–68.
11. Ельтищев В.А., Павлинов А.М., Халилов Р.И., Колесниченко И.В., Фрик П.Г. Экспериментальное исследование эволюции границы электропроводной среды // Тезисы докладов XXI Зимней Школы по механике сплошных сред, Пермь, 18–22 февраля. – 2019. – P. 107.
12. Kolesnichenko I., Frick P., Stefani F., Weber N., Mandrykin S., Eltishchev V., Ozernykh V., Khalilov R. Electrovortex liquid metal flows in cells with localized current supply // The11-th PAMIR International Conference on Fundamental and Applied MHD, July 1–5, Reims (France). – 2019.
13. Фрик П.Г., Ельтищев В.А., Лосев Г.Л., Мандрыкин С.Д., Колесниченко И.В., Халилов Р.И., Стефани Ф., Вебер Н. Электровихревые течения в контексте проблемы создания жидкометаллических батарей // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Уфа, 20–24 августа. Аннотации докладов. – 2019. – P. 128.
14. Колесниченко И.В., Мандрыкин С.Д., Озерных В.С., Ельтищев В.А., Халилов Р.И., Павлинов А.М., Лосев Г. Л., Фрик П.Г. Структура и поведение нестационарного электровихревого течения в цилиндрической ячейке // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Уфа, 20–24 августа. Аннотации докладов. – 2019. – P. 117.
15. Ельтищев В.А., Колесниченко И.В. Влияние осциллирующей границы электропроводной среды на локализованное переменное магнитное поле // Тезисы XXVIII Всероссийской конференции "Математическое моделирование в естественных науках". Пермь. 2—5 октября. – 2019. – P. 33.
16. Колесниченко И.В., Ельтищев В.А., Мандрыкин С.Д., Лосев Г.Л., Озерных В.С., Фрик П.Г. Гидродинамические процессы в ячейке с локализованным подводом тока в контексте проблемы создания жидкометаллических бата-

рей // II International conference «Problems of Thermonuclear Power and Plasma Technology", Moscow, MPEI. October 7–9. – 2019. – P. 110.

17. Ельтищев В.А., Колесниченко И.В. Электровихревое течение жидкого металла в цилиндрическом объеме с локализованным подводом тока // Пермские гидродинамические научные чтения. Сборник материалов VI Всероссийской конференции, посвященной памяти профессоров Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкого и Д.В. Любимова. Ответственные редакторы М.И. Петухов, М.А. Кашина. – 2019. – P. 61–63.
18. Ельтищев В.А., Колесниченко И.В. Индукционный метод измерения уровня свободной границы жидкого металла // Задачи со свободными границами: теория, эксперимент и приложения. Сборник тезисов докладов VII Всероссийской конференции с участием зарубежных учёных. Институт вычислительного моделирования СО РАН, Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Сибирский федеральный университет. – 2020. – P. 82–83.
19. Мандрыкин С.Д., Ельтищев В.А., Колесниченко И.В. Подавление полоидальных электровихревых течений жидкого металла внешним магнитным полем // Математическое моделирование в естественных науках. Тезисы XXIX Всероссийской школы-конференции. – 2020. – P. 71.
20. Ельтищев В.А., Колесниченко И.В. Развитие электровихревого течения жидкого металла в цилиндрическом объеме под действием внешнего магнитного поля // Пермские гидродинамические научные чтения: материалы VII всероссийской конференции с международным участием, посвященной памяти профессоров Г. З. Гершуни, Е. М. Жуховицкого и Д. В. Любимова. Пермь. – 2020.
21. Лосев Г.Л., Ельтищев В.А., Колесниченко И.В. Ультразвуковые измерения положения границы раздела фаз в жидких металлах // Задачи со свободными границами: теория, эксперимент и приложения. Сборник тезисов докладов VII Всероссийской конференции с участием зарубежных учёных. Институт

вычислительного моделирования СО РАН, Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Сибирский федеральный университет. – 2020. – P. 146–147.

22. Колесниченко И.В., Мандрыкин С.Д., Ельтищев В.А., Фрик П.Г. Течения в цилиндрической ячейке, вызванные электромагнитными силами, исследуемые при разработке жидкометаллических батарей // Современные проблемы теплофизики и энергетики: материалы III международной конференции. Москва. – 2020. – P. 131–133.
23. Ельтищев В.А., Павлинов А.М., Колесниченко И.В. Турбулентные характеристики ЭВТ в цилиндрическом канале: эксперимент // Тезисы докладов XXII Зимней школы по механике сплошных сред 22–26 марта 2021 г. Пермь. Россия. – 2021.
24. Мандрыкин С.Д., Ельтищев В.А., Колесниченко И.В. Влияние стержня-катода на электровихревое течение: расчет и эксперимент // Тезисы докладов XXII Зимней школы по механике сплошных сред 22–26 марта 2021 г. Пермь. Россия. – 2021.
25. Eltishchev V., Losev G., Kolesnichenko I. Metal pad rotation instability in a cylindrical cell // International Symposium «Non-Equilibrium Processes In Continuous Media», Program and book of abstracts, Perm, September 16th–18th. – 2021.
26. Eltishchev V., Losev G., Kolesnichenko I. Metal pad rotation instability experimental model // Book of Abstracts Russian Conference on Magneto Hydrodynamics. 2021. Russian Conference on Magneto Hydrodynamics. 20–22 September 2021. Perm. Russia. – 2021.
27. Frick P., Kolesnichenko I., Mandrykin S., Eltishchev V., Stefani F. Evolution of string electrovortex flow under external magnetic field in cylindrical cell // Book of Abstracts Russian Conference on Magneto Hydrodynamics. 2021. Russian Conference on Magneto Hydrodynamics. 20–22 September 2021. Perm. Russia. – 2021.

28. Kolesnichenko I., Mandrykin S., Pavlinov A., Eltishchev V., Frick P. Electrovortex flows in cylindrical cell and external magnetic field // Book of Abstracts Russian Conference on Magneto Hydrodynamics. 2021. Russian Conference on Magneto Hydrodynamics. 20–22 September 2021. Perm. Russia. – 2021.
29. Бондаренко А.А., Ельтищев В.А., Колесниченко И.В. Анализ границы расплавленной электропроводной среды на основе индукционных принципов // Тезисы докладов XXIII Зимней школы по механике сплошных сред 13–17 февраля 2023 г. Пермь. Россия. – 2023.
30. Ельтищев В.А., Лосев Г.Л., Мамыкин А.Д. Индукционный датчик измерения концентрации примесей в электропроводящих средах // Тезисы докладов XXIII Зимней школы по механике сплошных сред 13–17 февраля 2023 г. Пермь. Россия. – 2023.
31. Bondarenko A., Eltishchev V., I. Kolesnichenko. Mathematical simulation of inductive level sensor response to conductivity change // Book of Abstracts V Russian Conference on Magneto Hydrodynamics. 24–28 June 2024. Perm. Russia. – 2024.
32. Eltishchev V., Losev G. Amplitude-frequency characteristics of a circular surface wave // Book of Abstracts V Russian Conference on Magneto Hydrodynamics. 24–28 June 2024. Perm. Russia. – 2024.
33. Ельтищев В.А., Лосев Г.Л. Форма свободной поверхности вращающейся жидкости в цилиндрической полости // Тезисы докладов XXIV Зимней школы по механике сплошных сред 24–28 февраля 2025 г. Пермь. Россия. – 2025.
34. Куликовский А.Г., Любимов Г.А. Магнитная гидродинамика. – Государственное издательство физико-математической литературы, 1962. – P. 248.
35. Гельфгат Ю.М., Лиелаусис О.А., Щербинин Э.В. Жидкий металл под действием электромагнитных сил. – Рига, «Зинатне», 1975. – P. 248.
36. Кирко И.М., Кирко Г.Е. Магнитная гидродинамика проводящих сред: учебное пособие. – Пермь : Перм. ун-т., 2007.
37. Фрик П.Г. Турбулентность: подходы и модели / Ed. by НИЦ «Регулярная

и хаотическая динамика». – М.-Ижевск, 2010. – P. 332.

38. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. – М.: Физматлит, 2001.
39. Dziewonski A.M., Romanowicz B. A. Overview // Treatise on Geophysics. – Elsevier, 2007. – P. 1–29.
40. Бояревич В.В., Фрейберг Я.Ж., Шилова Е.И., Щербинин Э.В. Электровихревые течения. – Рига, «Зинатне», 1985. – P. 315.
41. Prokhorenko V.Ya., Roshchupkin V.V., Pokrasin M.A., Prokhorenko S.V., Kotov V.V. Liquid gallium: Potential uses as a heat-transfer agent // High Temperature. – 2000. – Nov. – Vol. 38, no. 6. – P. 954–968.
42. Dobosz A., Plevachuk Yu., Sklyarchuk V., Sokoliuk B., Gancarz T. Thermophysical properties of the liquid ga–sn–zn eutectic alloy // Fluid Phase Equilibria. – 2018. – Jun. – Vol. 465. – P. 1–9.
43. Sokolov D.D., Stepanov R.A., Frick P.G. Dynamo: from an astrophysical model to laboratory experiments // Uspekhi Fizicheskih Nauk. – 2014. – Vol. 184, no. 3. – P. 313–335.
44. Гельфгат Ю.М. Металлургическое применение магнитной гидродинамики // Магнитная гидродинамика. – 1987. – no. 3. – P. 120–137.
45. Кирко И.М. Жидкий металл в электромагнитном поле. – Энергия, 1964.
46. Лиелаусис О.А. Гидродинамика жидкометаллических МГД-устройств. – Рига, «Зинатне», 1967. – P. 196.
47. Вольдек Д.И. Индукционные магнитогидродинамические машины с жидкометаллическим рабочим телом. – Энергия, 1970. – P. 272.
48. Повх И.Л., Капуста А.Б., Чекин Б.В. Магнитная гидродинамика в металлургии. – Металлургия, 1974. – P. 240.
49. Валдмане Р.А., Валдманис Я.Я., Улманис Л.Я., Шишко А.Я. Влияние мгд процессов на характеристики многополюсного дросселя с кольцевым каналом // Магнитная гидродинамика. – 1982. – Vol. 18, no. 2. – P. 109–112.
50. Гельфгат Ю.М., Горбунов Л.А., Витковский И.В. Магнитогидродинамическое

дросселирование и управление жидкометаллическими потоками. – Рига, «Зинатне», 1989.

51. Davidson P.A., Lindsay R.I. Stability of interfacial waves in aluminium reduction cells // Journal of Fluid Mechanics. – 1998. – May. – Vol. 362. – P. 273–295.
52. Barglik J., Dolega D., Smagor A. Coupled temperature electromagnetic flow fields in the electromagnetic stirrer with a rotating magnetic field // Magnetohydrodynamics. – 2010. – Vol. 46, no. 4. – P. 387–392.
53. Takeda M., Tomomori N., Akazawa T., Nishigaki K., Iwata A. Flow control of seawater with a diverging duct by mhd separation method // IEEE Transactions on Appiled Superconductivity. – 2004. – Jun. – Vol. 14, no. 2. – P. 1543–1546.
54. Saito S., Udagawa K., Kawaguchi K., Tomioka S., Yamasaki H. Boundary layer separation control by mhd interaction // 46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. – American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2008. – Jan.
55. Luo S., Liu J., Jiang H., Wang J. Magnetohydrodynamic control of hypersonic separation flows // International Journal of Aerospace Engineering. – 2021. – Jan. – Vol. 2021. – P. 1–13.
56. Wu Z., Ding M., Dong W., Gao T., Jiang T. Effect of mhd control on turbulent boundary layer separation flow in scramjet inlet // Journal of Physics: Conference Series. – 2022. – Dec. – Vol. 2381, no. 1. – P. 012015.
57. Zou Y., Xu X., Liu G. Separation of the two-dimensional steady mhd boundary layer // Physica D: Nonlinear Phenomena. – 2024. – Mar. – Vol. 459. – P. 134049.
58. Kim H., Boysen D.A., Newhouse J.M., Spatocco B.L., Chung B., Burke P.J., Bradwell D.J. et al. Liquid metal batteries: Past, present, and future // Chemical Reviews. – 2012. – Nov. – Vol. 113, no. 3. – P. 2075–2099.
59. Wang K., Jiang K., Chung B., Ouchi T., Burke P.J., Boysen D.A., Bradwell D.J. et al. Lithium–antimony–lead liquid metal battery for grid-level energy storage // Nature. – 2014. – Sep. – Vol. 514, no. 7522. – P. 348–350.
60. Li H., Yin H., Wang K., Cheng S., Jiang K., Sadoway D.R. Liquid metal electrodes for energy storage batteries // Advanced Energy Materials. – 2016. – may. – Vol. 6,

no. 14. – P. 1600483.

61. Weber N., Beckstein P., Galindo V., Herreman W., Nore C., Stefani F., Weier T. Metal pad roll instability in liquid metal batteries // Magnetohydrodynamics. – 2016. – Vol. 53.
62. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. – Наука, 1972. – P. 392.
63. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М., Непомнящий А.А. Устойчивость конвективных течений. – Наука, 1989. – P. 320.
64. Kelley D.H., Sadoway D.R. Mixing in a liquid metal electrode // Physics of Fluids. – 2014. – May. – Vol. 26, no. 5. – P. 057102.
65. Weber N., Galindo V., Priede J., Stefani F., Weier T. The influence of current collectors on Tayler instability and electro-vortex flows in liquid metal batteries // Physics of Fluids. – 2015. – Jan. – Vol. 27, no. 1. – P. 014103. – 1409.3735.
66. Stefani F., Galindo V., Kasprzyk C., Landgraf S., Seilmayer M., Starace M., Weber N., Weier T. Magnetohydrodynamic effects in liquid metal batteries // Materials Science and Engineering Conference Series. – Vol. 143 of Materials Science and Engineering Conference Series. – 2016. – Jul. – P. 012024.
67. Kelley D.H., Weier T. Fluid mechanics of liquid metal batteries // Applied Mechanics Reviews. – 2018. – Vol. 70, no. 2. – P. 020801.
68. Weber N., Nimtz M., Personnettaz P., Weier T., Sadoway D. Numerical simulation of mass transfer enhancement in liquid metal batteries by means of electro-vortex flow // Journal of Power Sources Advances. – 2020. – Vol. 1. – P. 100004.
69. Тамм И.Е. Основы теории электричества. Учебное пособие для вузов. – Наука, 1989. – P. 504.
70. Bojarevics V., Freibergs Y., Shilova E., Shcherbinin E. Electrically induced vortical flows. – Kluwer Academic Publishers, Dordrecht., 1989.
71. Жилин В.Г., Ивочкин Ю.П., Оксман А.А., Тепляков И.О., Белов К.И. Экспериментальное исследование пульсаций скорости и температуры в электровихревых течениях // Труды 4-й Российской Национальной Конференции по

теплообмену. Том 3. Свободная конвекция. Тепломассообмен при химических превращениях. – 2006. – P. 109–112.

72. Марков Н.А., Чердовских П.П. Распределение электрического тока в ванне дуговой печи. – Энергия, 1966. – P. 104.
73. Shercliff J.A. Fluid motions due to an electric current source // Journal of Fluid Mechanics. – 1970. – Feb. – Vol. 40, no. 2. – P. 241–250.
74. Мошняга В.Н., Шарамкин В.И. Экспериментальное исследование электровихревого течения в цилиндрической емкости // Магнитная гидродинамика. – 1980. – no. 1. – P. 77–80.
75. Альмухаметов В., Колесниченко В., Хрипченко С. Математическая модель плоских электровихревых течений в двуслойной проводящей жидкости // Магнитная гидродинамика. – 1988. – Vol. 24, no. 2. – P. 137–141.
76. Хрипченко С.Ю. Электровихревые течения в тонких слоях проводящей жидкости // Магнитная гидродинамика. – 1991. – Vol. 27, no. 1. – P. 126–129.
77. Хрипченко С.Ю. Генерация крупномасштабных вихревых структур в плоском слое мелкомасштабной спиральной турбулентностью // Магнитная гидродинамика. – 1991. – Т. 27, № 4. – С. 77–83.
78. Колесниченко И.В., Халилов Р.И., Хрипченко С.Ю. Магнито-вихревое течение в плоском прямоугольном слое проводящей жидкости // Гидродинамика: Межвуз. сб. науч. трудов. / Ed. by Пермский университет. Пермь. – 14. – 2004. – P. 120–129.
79. Хрипченко С.Ю. Электровихревые течения в каналах МГД-устройств. – Екатеринбург: УрО РАН, 2009. – ISBN: 978-5-7691-2025-1.
80. Колесниченко И.В., Хрипченко С.Ю. Вихревое движение жидкости в плоском слое со свободной поверхностью // Магнитная гидродинамика. – 1993. – Vol. 29. – P. 76–80.
81. Кирко И.М., Альмухаметов В.Ф., Хрипченко С.Ю. Физическое моделирование неустойчивого состояния границы раздела электролит-металл в мощных алюминиевых электролизерах // Докл. АН СССР. – 1988. – Vol. 302, no. 4. –

P. 845 – 847.

82. Кирко И.М., Самойлович Ю.А., Долгих В.М., Хрипченко С.Ю., Ясницкий Л.Н. Электровихревой способ перемешивания расплава затвердевающих слитков // Магнитная гидродинамика. – 1985. – Т. 21, № 3. – С. 100 – 107.
83. Vinogradov D.A., Teplyakov I.O., Ivochkin Y.P., Klementeva I.B. Influence of the external magnetic field on hydrodynamic structure of the electrovortex flow in hemispherical container // Journal of Physics: Conference Series. – 2017. – Vol. 899, no. 8. – P. 082006.
84. Mandrykin S., Kolesnichenko I., Frick P. Electrovortex flows generated by electrodes localized on the cylinder side wall // Magnetohydrodynamics. – 2019. – Mar. – Vol. 55. – P. 115–123.
85. Liu K., Stefani F., Weber N., Weier T., Li B.W. Numerical and experimental investigation of electro-vortex flow in a cylindrical container // Magnetohydrodynamics. – 2020. – Vol. 56, no. 1. – P. 27–42.
86. Davidson P., Kinner D., Lingwood R.J., Short D.J., He X. The role of Ekman pumping and the dominance of swirl in confined flows driven by Lorentz forces // European Journal of Mechanics B Fluids. – 1999. – Jul. – Vol. 18, no. 4. – P. 693–711.
87. Mandrykin S.D., Kolesnichenko I.V., Losev G.L., Frick P.G. Electrovortex flow of liquid metal in cylindrical channel // Вестник Пермского Университета. – 2018. – no. 2. – P. 20–27.
88. Kazak O.V., Semko A.N. Electrovortex motion of a melt in dc furnaces with a bottom electrode // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2011. – Jan. – Vol. 84, no. 1. – P. 223–231.
89. Kazak O. Modeling of vortex flows in direct current (DC) electric arc furnace with different bottom electrode positions // Metallurgical and Materials Transactions B. – 2013. – Vol. 44, no. 5. – P. 1243–1250.
90. Kazak O. Numerical modelling of electrovortex and heat flows in dc electric arc furnace with cooling bottom electrode // Heat and Mass Transfer. – 2013. – Dec. –

Vol. 50, no. 5. – P. 685–692.

91. Denisov S., Dolgikh V., Khripchenko S., Kolesnichenko I. The electrovortex centrifugal pump // Magnetohydrodynamics. – 2016. – Mar. – Vol. 52, no. 1/2. – P. 25–34.
92. Khripchenko S., Kolesnichenko I., Dolgikh V. Pumping effect in a flat MHD channel with an electrovortex flow // Magnetohydrodynamics. – 2008. – Sep. – Vol. 44, no. 3. – P. 303–314.
93. Weber N., Galindo V., Stefani F., Weier T. Current-driven flow instabilities in large-scale liquid metal batteries, and how to tame them // Journal of Power Sources. – 2014. – nov. – Vol. 265. – P. 166–173.
94. Herreman W., Nore C., Cappanera L., Guermond J.L. Efficient mixing by swirling electrovortex flows in liquid metal batteries // Journal of Fluid Mechanics. – 2021. – May. – Vol. 915. – P. A17.
95. Weber N., Beckstein P., Herreman W., Horstmann G.M., Nore C., Stefani F., Weier T. Sloshing instability and electrolyte layer rupture in liquid metal batteries // Physics of Fluids. – 2017. – May. – Vol. 29, no. 5.
96. Millere R.P., Sharamkin V.I., Shcherbinin E.V. Effect of a longitudinal magnetic field on electrically driven rotational flow in a cylindrical vessel // Magnetohydrodynamics. – 1980. – Mar. – Vol. 16, no. 1. – P. 66–69.
97. Zhilin V.G.., Ivochkin Y.P., Oksman A.A., Lurinsh G.R., Chaikovskii A.I., Chudnovskii A.Y.., Shcherbinin E.V. An experimental investigation of the velocity field in an axisymmetric electrovortical flow in a cylindrical container // Magnetohydrodynamics. – 1986. – Vol. 22, no. 3. – P. 323–329.
98. Herreman W., Nore C., Ziebell Ramos P., Cappanera L., Guermond J. L., Weber N. Numerical simulation of electrovortex flows in cylindrical fluid layers and liquid metal batteries // Physical Review Fluids. – 2019. – Nov. – Vol. 4, no. 11. – P. 113702.
99. Zikanov O. Metal pad instabilities in liquid metal batteries // Physical Review E. – 2015. – Dec. – Vol. 92, no. 6.

100. Herreman W., Benard S., Nore C., Personnettaz P., Cappanera L., Guermond J.L. Solutal buoyancy and electrovortex flow in liquid metal batteries // Physical Review Fluids. – 2020. – Jul. – Vol. 5, no. 7.

101. Лабунцов Д.А., Ягов В.В. Механика двухфазных систем // Изд-во МЭИ. – 2000. – P. 143–146.

102. Tong M., Browne D. Modelling of the kelvin-helmholtz instability in liquid metal atomisation using a front tracking formulation // Modeling of Casting, Welding and Advanced Solidification Processes - XI. – 2006. – 01. – Vol. 1. – P. 151–157.

103. Song M., Kartawira K., Hillaire K.D., Li C., Eaker C.B., Kiani A., Daniels K.E., Dickey M.D. Overcoming rayleigh–plateau instabilities: Stabilizing and destabilizing liquid-metal streams via electrochemical oxidation // Proceedings of the National Academy of Sciences. – 2020. – Jul. – Vol. 117, no. 32. – P. 19026–19032.

104. Бейтман Г. МГД-неустойчивости. – Энергоиздат, 1982. – P. 200.

105. Balbus S.A., Hawley J.F. A powerful local shear instability in weakly magnetized disks: I. linear analysis // Astrophysical Journal. – 1991. – Vol. 376. – P. 214.

106. Bojarevics V. Interfacial mhd waves and associated heat distribution due to dynamic electric current interaction in an aluminium electrolysis cell // Magnetohydrodynamics. – 1992. – Vol. 28, no. 4. – P. 47–55.

107. Evans J.W., Ziegler D.P. The electrolytic production of aluminum. – 2007. – Feb.

108. Sele T. Instabilities of the metal surface in electrolytic alumina reduction cells // Metallurgical Transactions B. – 1977. – Dec. – Vol. 8, no. 4. – P. 613–618.

109. Herreman W., Nore C., Guermond J.L., Cappanera L., Weber N., Horstmann G.M. Perturbation theory for metal pad roll instability in cylindrical reduction cells // Journal of Fluid Mechanics. – 2019. – sep. – Vol. 878. – P. 598–646.

110. Zikanov O. Shallow water modeling of rolling pad instability in liquid metal batteries // Theoretical and Computational Fluid Dynamics. – 2018. – mar. – Vol. 32, no. 3. – P. 325–347.

111. Horstmann G.M., Wylega M., Weier T. Measurement of interfacial wave dynamics

in orbitally shaken cylindrical containers using ultrasound pulse-echo techniques // Experiments in Fluids. – 2019. – mar. – Vol. 60, no. 4.

112. Weier T.and Grants I., Horstmann G.M., Landgraf S., Nimtz M., Personnettaz P., Stefani F., Weber N. Conductivity influence on interfacial waves in liquid metal batteries and related two-layer systems // Magnetohydrodynamics. – 2020. – Sep. – Vol. 56, no. 2–3. – P. 237–246.
113. Pedchenko A., Molokov S., Priede J., Lukyanov A., Thomas P.J. Experimental model of the interfacial instability in aluminium reduction cells // Europhysics Letters. – 2009. – Oct. – Vol. 88, no. 2. – P. 24001.
114. Melling A. Tracer particles and seeding for particle image velocimetry // Measurement Science and Technology. – 1997. – Dec. – Vol. 8, no. 12. – P. 1406–1416.
115. Albrecht H.E., Borys M., Damaschke N., Tropea C. Laser Doppler and Phase Doppler Measurement Techniques. – Springer Berlin Heidelberg, 2003. – ISBN: 9783662051658.
116. Sajben M. Hot wire anemometer in liquid mercury // Review of Scientific Instruments. – 1965. – Jul. – Vol. 36, no. 7. – P. 945–949.
117. Platnieks I. Use of hot-wire sensor techniques in studying liquid metal flow characteristics // Magnetohydrodynamics. – 1994. – Vol. 30. – P. 193–200.
118. Ricou R., Vives C. Local velocity and mass transfer measurements in molten metals using an incorporated magnet probe // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 1982. – Oct. – Vol. 25, no. 10. – P. 1579–1588.
119. Tsinober A., Kit E., Teitel M. On the relevance of the potential-difference method for turbulence measurements // Journal of Fluid Mechanics. – 1987. – Feb. – Vol. 175, no. 1. – P. 447.
120. Cramer A., Varshney K., Gundrum Th., Gerbeth G. Experimental study on the sensitivity and accuracy of electric potential local flow measurements // Flow Measurement and Instrumentation. – 2006. – Mar. – Vol. 17, no. 1. – P. 1–11.
121. Miralles S., Verhille G., Plihon N., Pinton J.F. The magnetic-distortion probe:

Velocimetry in conducting fluids // Review of Scientific Instruments. – 2011. – Sep. – Vol. 82, no. 9.

122. Takeda Y. Velocity profile measurement by ultrasound doppler shift method // International Journal of Heat and Fluid Flow. – 1986. – Dec. – Vol. 7, no. 4. – P. 313–318.
123. Mordant N., Pinton J.F. Velocity measurement of a settling sphere // The European Physical Journal B. – 2000. – nov. – Vol. 18, no. 2. – P. 343–352.
124. Zhang C., Eckert S., Gerbeth G. Experimental study of single bubble motion in a liquid metal column exposed to a dc magnetic field // International Journal of Multiphase Flow. – 2005. – Vol. 31. – P. 824–842.
125. Oborin P., Kolesnichenko I. Application of the ultrasonic doppler velocimeter to study the flow and solidification processes in an electrically conducting fluid // Magnetohydrodynamics. – 2013. – Vol. 49, no. 1–2. – P. 231–236.
126. Kolesnichenko I., Pavlinov A., Khalilov R. Movement of the solid-liquid interface in gallium alloy under the action of rotating magnetic field // Magnetohydrodynamics. – 2013. – Vol. 49, no. 1-2. – P. 191–197.
127. Singh Y., Raghuwanshi Sanjeev K., Kumar S. Review on liquid-level measurement and level transmitter using conventional and optical techniques // IETE Technical Review. – 2018. – Jun. – Vol. 36, no. 4. – P. 329–340.
128. Slocomb H.W. Liquid Metal Level Measurement (Sodium) State-of-the-Art-Study. – 1967. – Jan.
129. Khalilov R.I., Khripchenko S.Yu., Frik P.G., Stepanov R.A. Electromagnetic measurements of the level of a liquid metal in closed volumes // Measurement Techniques. – 2007. – Vol. 50, no. 8. – P. 861–866.
130. Zürner T., Ratajczak M., Wondrak T., Eckert S. Inductive detection of the free surface of liquid metals // Measurement Science and Technology. – 2017. – oct. – Vol. 28, no. 11. – P. 115301.
131. Micro-Epsilon Measurement. Liquid aluminum level. – 2016. – URL: https://www.micro-epsilon.com/applications/areas/Fuellstand/

Fluessig-Aluminium-Pegelueberwachung.

132. Agellis Group AB. Emli. – 2016. – URL: http://agellis.com/solutions-and-products/solutions-and-products-sub/continuous-casting/emli-mouldlevel-suspended/.
133. Krauter N., Eckert S., Gundrum T., Stefani F., Wondrak Th., Frick P., Khalilov R., A. Teimurazov. Inductive system for reliable magnesium level detection in a titanium reduction reactor // Metall Mater Trans B. – 2018. – Vol. 49. – P. 2089–2096.
134. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Том 4. Оптика. – Наука, 1980. – P. 454.
135. Kotelnikov V.A. On the transmission capacity of “ether” and wire in electric communications // Uspekhi Fizicheskih Nauk. – 2006. – Vol. 176, no. 7. – P. 762.
136. Signal Processing (Switzerland) . Transducers selection guide. – URL: https://www.signal-processing.com/trans_select.php.
137. Losev G., Kolesnichenko I. Solidification front shape control through modulating the traveling magnetic field // Journal of Crystal Growth. – 2019. – Dec. – Vol. 528. – P. 125249.
138. Rowlinson J.S., Widom B. Molecular Theory of Capillarity. International series of monographs on chemistry. – Clarendon Press, 1982. – ISBN: 9780198556428.
139. Сапожников С.З., Митяков В.Ю., Митяков А.В., Гусаков А.А., Зайнуллина Э.Р. Метрология теплофизического эксперимента: учебное пособие. – Санкт-Петербург: Изддательство Политехнического университета, 2017. – P. 108.
140. Vinogradov D.A., Ivochkin Yu. P., Teplyakov I.O. Effect of the Earth’s Magnetic Field on the Electric-Vortex-Flow Structure // Physics - Doklady. – 2018. – Nov. – Vol. 63, no. 11. – P. 447–450.
141. Borzenko E.I., Shrager G.R. Effect of the type of boundary conditions on the three-phase contact line on the flow characteristics during filling of the channel // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. – 2015. – Mar. – Vol. 56, no. 2. – P. 167–176.
142. Bojarevics V., Shcherbinin E.V. Azimuthal rotation in the axisymmetric meridional

flow due to an electric- current source // Journal of Fluid Mechanics. – 1983. – Jan. – Vol. 126. – P. 413–430.

143. Shterbachek Z., Tausk P. Stirring in the Chemical Industry [in Russian]. – Leningrad, 1963.
144. Mandrikyn S., Kolesnichenko I., Frick P. Electrovortex flows generated by electrodes localized on the cylinder side wall // Magnetohydrodynamics. – 2019. – Vol. 55, no. 1-2. – P. 115–123.
145. Mandrykin S., Ozernykh V., Kolesnichenko I. Numerical study of electro-vortex flow in long cylinder with localized current supply // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2019. – Jul. – Vol. 581, no. 1. – P. 012009.
146. Mandrykin S., Ozernykh V., Kolesnichenko I. Electro-vortex flow of liquid metal in a cylindrical cell with localized current supply and variable aspect ratio // Magnetohydrodynamics. – 2020. – Sep. – Vol. 56, no. 2-3. – P. 215–224.
147. Ding Y., Guo X., Yu G. Next-generation liquid metal batteries based on the chemistry of fusible alloys // ACS Central Science. – 2020. – jul. – Vol. 6, no. 8. – P. 1355–1366.
148. Bradwell D.J., Kim H., Sirk A.C., Sadoway D.R. Magnesium–antimony liquid metal battery for stationary energy storage // Journal of the American Chemical Society. – 2012. – jan. – Vol. 134, no. 4. – P. 1895–1897.
149. Abramson H.N. The Dynamic Behavior of Liquids in Moving Containers. NASA SP-106. – 1966. – Vol. 106.
150. Alpresa P., Sherwin S., Weinberg P., van Reeuwijk M. Orbitally shaken shallow fluid layers. i. regime classification // Physics of Fluids. – 2018. – Mar. – Vol. 30, no. 3. – P. 032107.
151. Alpresa P., Sherwin S., Weinberg P., van Reeuwijk M. Orbitally shaken shallow fluid layers. II. an improved wall shear stress model // Physics of Fluids. – 2018. – Mar. – Vol. 30, no. 3. – P. 032108.
152. Reclari M., Dreyer M., Tissot S., Obreschkow D., Wurm F.M., Farhat M. Surface wave dynamics in orbital shaken cylindrical containers // Physics of Fluids. – 2014.

– may. – Vol. 26, no. 5. – P. 052104.

153. Frick P.G., Sokoloff D.D., Stepanov R.A. Wavelets for the space-time structure analysis of physical fields // Physics-Uspekhi. – 2022. – Apr. – Vol. 65, no. 1. – P. 62–89.
154. Kolesnichenko I., Khripchenko S., Buchenau D., Gerbeth G. Electro-vortex flows in a square layer of liquid metal // Magnetohydrodynamic. – 2005. – Vol. 41, no. 1. – P. 39–51.
155. Штербачек З., Тауск П. Перемешивание в химическойпромышленности. Перевод с чешского под ред. И. С. Павлушенко. – Л.: ГХИ, 1963. – P. 416.
156. Geankoplis C.J. Transport Processes and Unit Operations, 3rd edition. – Prentice–Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1993. – P. 937.
157. Bird R.B., Stewart W.E., Lightfoot E.N. Transport Phenomena, 2nd edition. – John Wiley, New York, 2002. – P. 914.
158. Syvum. Problem solutions in transport phenomena: Fluid mechanics problems. – URL: https://www.syvum.com/eng/fluid/.